IMPERIAL MYCOLOGICAL INSTITUTE
1 MAY 1939

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

FEBRERO 1939 — ENTREGA II — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

JUAN M. ALESSI. — Estudio elemental del complejo bihiperbólico..... 81

C. E. DIEULEFAIT. — Determinación de los momentos de las probabilidades hipergeométricas ordinarias y en el caso de contagio (Polya) 108

CIENCIAS FISICO-NATURALES:

VLADIMIR BORZACOV. — El granito y las efusiones basálticas del extremo austral de las sierras de Córdoba 118

CARLOS RUSCONI. — Fósiles puelchenses del partido de Matanzas 144

W. KNOCHE. — Nota sobre el significado del rocío 150

QUIMICA:

JORGE GASCÓN Y EDUARDO R. SCHEGGIA. — Un método clínico para la determinación de colesterolemia 152

C. C. D. — Bibliografía 158

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †

Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †

Dr. Enrique Ferri †
Ing. Eduardo Huergo †
Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Walter Nernst
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Alberto Einstein
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Cristóbal M. Hicken †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Diculefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V .Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1938-1939)

Presidente	Ingeniero **Jorge W. Dobranich**
Vicepresidente 1º	Doctor **Ramón G. Loyarte**
Vicepresidente 2º	Doctor **Gonzalo Bosch**
Secretario de actas	Ingeniero **Raúl E. Dubecq**
Secretario de correspondencia.	Doctor **Santiago Barabino Amadeo**
Tesorero	Ingeniero **Edmundo Parodi**
Pro-tesorero	Profesor **José F. Molfino**
Bibliotecario	Ingeniero **Carlos A. Lizer y Trelles**
Vocales	Doctor **Claro C. Dassen**
	Doctor **Alfredo Sordelli**
	Doctor **Juan C. Vignaux**
	Doctor **Jorge Magnin**
	Doctor **Juan Ubaldo Carrea**
	Doctor **Reinaldo Vanossi**
	Ingeniero **Carlos Posadas**
	Ingeniero **Mario L. Negri**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escrito. Tienen derecho a la corrección de do pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ESTUDIO ELEMENTAL DEL COMPLEJO BIHIPERBÓLICO

POR

JUAN M. ALESSI

GENERALIDADES. — Al estudiar los números complejos cuyas componentes son números reales se presentan los casos siguientes (*):

$a + ib$, con $i^2 = -1$: complejos ordinarios o elípticos

$a + jb$, con $j^2 = +1$: complejos hiperbólicos

$a + kb$, con $k^2 = 0$: complejos duales o parabólicos

y resulta de interés considerar los números bicomplejos que se forman cuando las componentes son, a su vez, números complejos de cada una de las formas antedichas. Resultan así las siguientes expresiones bicomplejas:

I) Si $i^2 = -1$

$$a + i\,b \quad , \quad \text{donde} \begin{cases} a = x_1 + i' \,.\, x_2 \\ b = x_3 + i' \,.\, x_4 \end{cases} \quad , \text{ con } i'^2 = -1$$

bicomplejo ordinario (o elíptico) de componentes ordinarias, o número bielíptico, o, simplemente, bicomplejo ordinario (1).

$$m + i\,n \quad , \quad \text{donde} \begin{cases} m = y_1 + j' \,.\, y_2 \\ n = y_3 + j' \,.\, y_4 \end{cases} \quad , \text{ con } j'^2 = +1$$

(*) STÖLZ-GMEINER, *Theoretische Arithmetik*, II T. Berlín (1915); L. VAN DER WAERDEN, *Moderne Algebra*, II T. Berlín (1935); J. C. VIGNAUX, *Anales de la Soc. Cient. Argentina*, CXXI (1936), y *Contribución al Estudio de las Ciencias Físicomatemáticas*, E. I (1935) y E. 3 (1936).

(1) C. SEGRÉ, *Math. Annalen*, t. 40 (1892), p. 419-67, nº 28.

bicomplejo ordinario de componentes hiperbólicas, o número elíptico-hiperbólico.

$$p + iq \quad , \quad \text{donde} \begin{cases} p = z_1 + k' \,.\, z_2 \\ q = z_3 + k' \,.\, z_4 \end{cases} \quad , \text{ con } k'^2 = 0$$

bicomplejo ordinario de componentes duales, o número elíptico-dual.

II) Si $j^2 = +1$, y con las mismas componentes $a, b;\ m, n;\ p, q$ que en el caso anterior:

$a + jb$ bicomplejo hiperbólico de componentes ordinarias, o número hiperbólico-elíptico, o, simplemente, bicomplejo hiperbólico (1).

$m + jn$ bicomplejo hiperbólico de componentes hiperbólicas, o número bihiperbólico.

$p + jq$ bicomplejo hiperbólico de componentes duales, o número hiperbólico-dual.

III) *Si* $k^2 = 0$

$a + k.b$ bicomplejo dual de componentes ordinarias, o número dual-elíptico (2), o, simplemente, bicomplejo dual.

$m + k.n$ bicomplejo dual de componentes hiperbólicas, o número dual-hiperbólico.

$p + k.q$ bicomplejo dual de componentes duales, o número bidual.

(1) M. FUTAGAWA, *On the theory of functions of a quaternay variable.* The Tohokn Math. Journal. v. 29 (1928), v. 35 (1932).

(2) Study *Geometrie der Dynamen;* AGOSTINELLI, Atti del R. Ist. Veneto, XCIV, 1935.

La teoría general de los hipercomplejos abarca el estudio de estos distintos tipos (1); pero, independientemente de esa teoría, puede encararse el desarrollo del álgebra de cada uno de ellos en forma más elemental.

El objeto de este trabajo es la consideración, bajo este aspecto, de los números bihiperbólicos, esto es, de los números

$$\alpha = c_1 + j\,c_2 \quad , \quad \text{con} \quad j^2 = +1$$

donde $\begin{cases} c_1 = r_1 + h\,r_2 \\ c_2 = r_3 + h\,r_4 \end{cases}$, siendo $\begin{cases} h^2 = +1 \\ \text{pero } h \neq j \end{cases}$

y r_1, r_2, r_3, r_4 números reales.

Es decir, que

$$\alpha = (r_1 + h\,r_2) + j\,.\,(r_3 + h\,r_4) =$$

$$= r_1 + h\,r_2 + j\,.\,r_3 + j\,h\,.\,r_4$$

y si llamamos

$$l = h\,j = j\,h$$

resulta $$\alpha = r_1 + h\,r_2 + j\,r_3 + l\,r_4$$

es decir, un número complejo de 4 unidades

$$1, \quad h, \quad j, \quad l$$

las cuales cumplen, por definición, las condiciones

$$h^2 = +1 \quad ; \quad h\,.\,j = j\,.\,h = l$$

$$j^2 = +1 \quad ; \quad h\,.\,l = l\,.\,h = h\,.\,(h\,.\,j) = h^2\,.\,j = j$$

$$l^2 = j^2\,.\,h^2 = +1\,(*) \quad ; \quad j\,.\,l = l\,.\,j = j\,.\,(h\,.\,j) = h\,.\,j^2 = h\,(**)$$

Teniendo en cuenta estas relaciones entre las unidades pueden realizarse las operaciones entre los números bihiperbólicos como si

(1) G. Scorza, *Corpi numerici e algebre.* Messina, 1921.

(*) Se verifica, sin embargo, que $l \neq j$ y $l \neq h$.

(**) Cumpliéndose la propiedad conmutativa entre las unidades queda asegurado que el producto entre dos números de esta clase gozará así mismo de dicha propiedad.

ellos fueran polinomios; pero prescindiremos de este método por la excesiva extensión de sus desarrollos y trataremos de edificar la teoría partiendo de la *forma isótropa* de estos bicomplejos.

Llamaremos *unidades isótropas* a los números complejos hiperbólicos conjugados

$$j_1 = \frac{1+j}{2} \quad , \quad j_2 = \frac{1-j}{2}$$

que cumplen las siguientes condiciones:

a) $$j_1^2 = \frac{1+2j+j^2}{4} = \frac{1+j}{2} = j_1$$

b) $$j_2^2 = \frac{1-2j+j^2}{4} = \frac{1-j}{2} = j_2$$

c) $$j_1 . j_2 = \frac{1-j^2}{4} = 0$$

d) $j_1 - j_2 = j$ (o sea la unidad hiperbólica)

e) $j_1 + j_2 = 1$ (o sea la unidad real)

Dado el número bihiperbólico

$$\alpha = c_1 + j . c_2$$

es posible escribir

$$\alpha = (c_1 + c_2) . \frac{1+j}{2} + (c_1 - c_2) \frac{1-j}{2}$$

o sea

$$\alpha = (c_1 + c_2) . j_1 + (c_1 - c_2) . j_2$$

y llamando

$$c_1 + c_2 = a \quad , \quad c_1 - c_2 = b$$

resulta

$$\alpha = a j_1 + b j_2$$

que es la forma isótropa del número bihiperbólico, siendo los números complejos hiperbólicos a, b sus *componentes isótropas.*

Dados los complejos hiperbólicos c_1 y c_2, componentes del número bihiperbólico

$$\alpha = c_1 + j\, c_2$$

quedan determinadas, pues, sus componentes isótropas a y b; y recíprocamente ya que, siendo

$$a = c_1 + c_2 \quad , \quad b = c_1 - c_2$$

resulta

$$c_1 = \frac{a+b}{2} \quad , \quad c_2 = \frac{a-b}{2}$$

IGUALDAD. — Dos números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

$$\alpha' = a'.j_1 + b'j_2$$

son iguales cuando se verifican las condiciones

$$a = a' \quad , \quad b = b'$$

y en tal caso se escribe

$$\alpha = \alpha'$$

Reducida la condición de igualdad a la igualdad simultánea entre dos pares de números complejos hiperbólicos, resultará que la igualdad entre dos números bihiperbólicos es *reflexiva, simétrica y transitiva.*

Dos números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

cuyas componentes isótropas no cumplen alguna de las condiciones

$$a = a' \quad , \quad b = b'$$

se dicen *desiguales,* y se anota $\alpha \neq \alpha'$.

Un número bihiperbólico es *nulo* únicamente cuando sus componentes isótropas son ambas nulas.

A un número bihiperbólico de la forma $\alpha = aj_1$ en el cual la segunda componente isótropa es nula lo llamaremos bihiperbólico *incompleto de 1er. orden,* y llamaremos *bihiperbólico incompleto de 2º orden* cuando sea nula la primera componente isótropa, es decir, cuando el número sea de la forma $\beta = bj_2$.

SUMA. — Dados los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

llamaremos *suma* al número bihiperbólico cuyas componentes isótropas sean, respectivamente, las sumas de las componentes isótropas del mismo orden; es decir, que

$$\alpha + \alpha' = (a + a')\, j_1 + (b + b')\, j_2$$

La suma es, pues, *conmutativa y asociativa* ya que de tales propiedades goza la suma de complejos hiperbólicos que son sus componentes isótropas.

DIFERENCIA. — Los números bihiperbólicos.

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \beta = -aj_1 - bj_2$$

se llaman *opuestos.*

La diferencia de dos bihiperbólicos es otro que sumado al sustraendo reproduzca el minuendo. Por consiguiente, para restar dos números bihiperbólicos se suma al minuendo el contrario del sustraendo

$$\therefore \quad \alpha - \alpha' = (aj_1 + bj_2) + (-a'j_1 - b'j_2)$$
$$= (a - a')j_1 + (b - b')j_2$$

PRODUCTO. — Llamaremos *producto* del número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ por el complejo hiperbólico c al número bihiperbólico

$$\beta = c \,.\, \alpha = ac \,.\, j_1 + bc \,.\, j_2$$

Recordando las propiedades de las unidades isótropas

$$j_1 + j_2 = 1 \quad ; \quad j_1 - j_2 = j$$

resulta que el complejo hiperbólico c expresado como número bihiperbólico toma la forma

$$c\,(j_1 + j_2) = cj_1 + cj_2 \ (*)$$

y llamaremos *bihiperbólico puro* a todo número de la forma

$$aj = aj_1 - aj_2$$

Dados dos números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

llamaremos *producto* de ambos al número bihiperbólico

$$\beta = \alpha \,.\, \alpha' = aa'j_1 + bb'j_2 \ (**)$$

Es decir, que las componentes isótropas del producto se obtienen multiplicando las componentes isótropas homólogas de los factores. El producto es, pues, *conmutativo, asociativo y distributivo,* o sea que

$$\alpha \,.\, \alpha' = \alpha' \,.\, \alpha \quad ; \quad (\alpha \,.\, \alpha') \,.\, \alpha'' = \alpha' \,(\alpha \,.\, \alpha'') \quad :$$
$$(\alpha \pm \alpha') \,.\, \alpha'' = \alpha \,.\, \alpha'' \pm \alpha' \,.\, \alpha''$$

Aplicando esta definición de producto nos resulta que:

a) El producto de dos bihiperbólicos incompletos del mismo orden es otro bihiperbólico incompleto del mismo orden que los factores.

(*) En lo dicho queda incluído el caso de multiplicar un número bihiperbólico por uno real, o la expresión de uno de éstos en forma de bihiperbólico, pues el número real es un caso particular del complejo hiperbólico.

En cambio, no consideramos el caso de multiplicar un número bihiperbólico por un complejo ordinario, pues resultaría un bicomplejo hiperbólico para cada una de las componentes, y el conjunto vendría a ser un número de orden superior a los bicomplejos que consideramos.

(**) A esta definición de producto llegamos fácilmente considerando la operación como el producto de los binomios

$$(a\,j_1 + b\,j_2) \,.\, (a'\,j_1 + b'\,j_2)$$

y recordando las propiedades de los productos

$$j_1^2 = j_1 \quad ; \quad j_2^2 = j_2 \quad ; \quad j_1 \,.\, j_2 = 0$$

ya establecidas

En efecto; si

$$\alpha = aj_1 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 \qquad (b = b' = 0)$$

será

$$\alpha \,.\, \alpha' = aa'j_1$$

y si

$$\beta = bj_2 \quad , \quad \beta' = b'j_2 \qquad (a = a' = 0)$$

será

$$\beta \,.\, \beta' = bb'j_2$$

b) El producto de dos números bihiperbólicos incompletos de distinto orden, es nulo.

c) El producto de un número bihiperbólico completo por uno incompleto, es otro bihiperbólico incompleto del mismo orden que el dado.

Si $\alpha = aj_1 + bj_2$ y $\begin{cases} \alpha' = a'j_1 \\ \beta' = b'j_2 \end{cases}$

resulta

$$\alpha\,\alpha' = aa'j_1 \quad ; \quad \alpha \,.\, \beta' = bb'j_2$$

Anulación del producto. — Sea el producto

$$\beta = \alpha\,\alpha'$$

donde

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad \text{y} \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

Si, por ejemplo,

$$\alpha = 0$$

deberá ser

$$a = b = 0$$

y como

$$\beta = aa'j_1 + bb'j_2$$

será

$$\beta = 0$$

Es decir, que si uno de los factores es nulo, el producto también lo es.

Esta es *condición suficiente,* pero no necesaria para la anulación del producto, pues ya hemos visto que el producto puede anularse sin que se anule ninguno de los factores cuando ellos son, por ejemplo, números bihiperbólicos incompletos de distinto orden.

Veamos qué ocurre con el producto $\beta = \alpha\,\alpha' = 0$ cuando uno de los factores, el α' por ejemplo, es incompleto de 1er. orden cuya componente isótropa no sea un complejo hiperbólico anulante (*).

En ese caso

$$a' \neq 0 \quad \text{y} \quad b' = 0$$

y como

$$\beta = \alpha\,\alpha' = aa'j_1 + bb'j_2 = 0$$

[lo cual significa que simultáneamente

$$aa' = 0\ (.)\ \text{y}\ bb' = 0\ (..)]$$

deberá ocurrir necesariamente que

$$a = 0$$

(pues está descartada la nulidad de a' así como su condición de anulante) pudiendo ser

$$b = 0 \qquad \text{ó} \qquad b \neq 0$$

Es decir, que: ó α tiene por componentes isótropas $a = b = 0$ (ésto es, $\alpha = 0$), ó α tiene por componentes isótropas $a = 0$, $b \neq 0$ (ésto es, α es un número bihiperbólico incompleto de 2º orden).

Análogamente se prueba que si

$$\alpha\,\alpha' = 0$$

y α' es un número bihiperbólico incompleto de 2º orden cuya componente isótropa no sea anulante, deberá ocurrir que: ó $\alpha = 0$, ó α es un bihiperbólico incompleto de 1er. orden.

Si el producto

$$\beta = \alpha\,\alpha' = 0$$

(*) Los complejos hiperbólicos anulantes o divisores de cero tienen por expresión general

$$c = r \pm rh$$

y expresados en forma isótropa son complejos hiperbólicos incompletos; en ambas maneras de expresarlos sus componentes son números reales.

y el factor α', por ejemplo, es incompleto de 1er. orden de componente isótropa anulante, de (..) y de (.) resulta que, ya sea

$$b = 0 \qquad \text{ó} \qquad b \neq 0$$

deberá ocurrir que a sea *anulante combinado* con a' (*) y, por consiguiente, α resultará un número bihiperbólico (completo o incompleto) cuya primera componente isótropa sea anulante combinada con la de α'.

Análogamente; si α' es un bihiperbólico incompleto de 2º orden de componente isótropa anulante, resultará α un bihiperbólico cuya 2ª componente isótropa sea un anulante combinado con aquélla (siendo la 1ª componente nula o no).

Por último: si α y α' son completos y $\alpha\,\alpha' = 0$, por la expresión (.) deberá ocurrir que a y a' son anulantes combinados ya que $a \neq 0$ *y* $a' \neq 0$ *y* simultáneamente debe ocurrir que también b y b' sean anulantes combinados.

Resumiendo, podemos establecer que la condición de nulidad de uno de los factores para que el producto se anule *es necesaria* cuando ambos factores son bihiperbólicos completos que no tienen ninguna componente isótropa anulante.

Cociente. — Diremos que un número bihiperbólico α no nulo es *anulante o divisor de cero* cuando existe otro número bihiperbólico β distinto de cero tal que

$$\alpha \,.\, \beta = 0$$

y se expresa así

$$\frac{0}{\alpha} = \beta$$

Por lo ya expuesto resulta que son anulantes todos los números bihiperbólicos incompletos, de uno u otro orden, y los bihiperbólicos completos que tengan alguna de sus componentes isótropas que sea un divisor de cero (en el campo de los números complejos hiperbólicos).

(*) Diremos que dos complejos hiperbólicos son *anulantes combinados* cuando son de las formas $r_1 + r_1 h$ y $r_2 - r_2 h$; expresados en forma isótropa resultarían complejos hiperbólicos incompletos de distinto orden. J. C. Vignaux los llama también « complejos de distinta especie ».

Llamaremos *inverso o recíproco* de un número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

a otro número

$$\beta = xj_1 + yj_2$$

tal que

$$\alpha \,.\, \beta = 1$$

Pero siendo

$$\alpha \,.\, \beta = axj_1 + by\,j_2$$

y

$$1 = j_1 + j_2$$

será

$$ax\,j_1 + by\,j_2 = j_1 + j_2$$

lo cual exige que

$$\begin{cases} ax = 1 \\ by = 1 \end{cases} \quad \text{por lo cual} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{a} \\ y = \dfrac{1}{b} \end{cases}$$

y el número bihiperbólico inverso del

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

toma la forma

$$\beta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{aj_1 + bj_2} = \frac{1}{a}j_1 + \frac{1}{b}j_2$$

Para que $\dfrac{1}{a}$ y $\dfrac{1}{b}$ tengan significado en el campo complejo hiperbólico no deben ser a y b nulos ni anulantes, lo cual significa que no existe el recíproco de los números bihiperbólicos nulos o divisores de cero.

El *cociente* de dos bihiperbólicos (dividendo y divisor) es otro número bihiperbólico tal que su producto por el divisor reproduzca el dividendo; por consiguiente, para hallar el cociente basta multiplicar el dividendo por el inverso del divisor.

Es decir, que

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{aj_1 + bj_2}{a'j_1 + b'j_2} = (aj_1 + bj_2) \cdot \frac{1}{a'j_1 + b'j_2} =$$

$$= (aj_1 + bj_2)\left(\frac{1}{a'} \cdot j_1 + \frac{1}{b'} \cdot j_2\right)$$

o sea que

$$\therefore \quad \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{a}{a'} j_1 + \frac{b}{b'} j_2$$

La división es, pues, posible y unívoca salvo los casos en que el divisor sea nulo o anulante.

Números bihiperbólicos conjugados. — Llamaremos *números bihiperbólicos conjugados* aquéllos en los cuales la primera componente isótropa de uno sea igual a la segunda componente isótropa del otro. Es decir, que son conjugados los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$
$$\bar{\alpha} = bj_1 + aj_2$$

y de acuerdo con las definiciones ya establecidas, resulta

$$a) \qquad \alpha + \bar{\alpha} = (a+b)j_1 + (b+a)j_2 = a + b$$

Es decir que *la suma de dos números bihiperbólicos conjugados es un complejo hiperbólico igual a la suma de las componentes isótropas de los números dados.*

$$b) \qquad \alpha - \bar{\alpha} = (a-b)j_1 + (b-a)j_2$$
$$= (a-b)j_1 - (a-b)j_2$$
$$= (a-b)\ (j_1 - j_2)$$

y como $j_1 - j_2 = j$ resulta que *la diferencia de dos números bihiperbólicos conjugados es un bihiperbólico puro.*

$$c) \qquad \alpha \cdot \bar{\alpha} = abj_1 + baj_2 = ab,$$

o sea que:

El producto de dos bihiperbólicos conjugados es el complejo hiperbólico que se obtiene al multiplicar las componentes isótropas de uno de los números dados.

MÓDULO. — Llamaremos *módulo* del número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

al número real, positivo o nulo

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} \quad (*)$$

Cuando $\alpha = 0$ debe ser

$$a = b = 0 \quad \therefore \quad |\alpha| = 0 ;$$

y recíprocamente, si

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} = 0$$

lo que exige que

$$|a|^2 + |b|^2 = 0$$

debe ser

$$|a|^2 = |b|^2 = 0$$

y finalmente

$$a = b = 0$$

(*) Si consideramos el número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ en la forma ordinaria, esto es, como un hipercomplejo de 4 unidades

$$\alpha = r_1 . 1 + r_2 . h + r_3 . j + r_4 . l$$

(siendo $h^2 = +1$, $j^2 = +1$, $l = ij$) podemos establecer (según la definición de SPAMPINATO (1) que

$$|\alpha| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2}$$

y como

$$\begin{cases} r_1 + hr_2 = c_1 \\ r_3 + hr_4 = c_2 \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} a = c_1 + c_2 \\ b = c_1 - c_2 \end{cases}$$

resulta

$$\begin{cases} a = (r_1 + r_3) + h(r_2 + r_4) \\ b = (r_1 - r_3) + h(r_2 - r_4) \end{cases}$$

$$|a|^2 = (r_1 + r_3)^2 + (r_2 + r_4)^2 = r_1^2 + r_3^2 + 2 r_1 r_3 + r_2^2 + r_4^2 + 2 r_2 r_4$$

$$|b|^2 = (r_1 - r_3)^2 + (r_2 - r_4)^2 = r_1^2 + r_3^2 - 2 r_1 r_3 + r_2^2 + r_4^2 - 2 r_2 r_4$$

$$\therefore \quad |a|^2 + |b|^2 = 2(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2)$$

o sea

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 = \frac{|a|^2 + |b|^2}{2} = |\alpha|^2$$

que nos lleva asimismo a la definición propuesta.

(1) N. SPAMPINATO, *Sulle funzioni di una variabili in un algebra complessa a n unitá.* (Rendiconti del C. M. de Palermo, t. LVII, 1933).

(según lo estudiado en el campo de números complejos hiperbólicos). Es decir que *la condición necesaria y suficiente para que un número bihiperbólico sea nulo es que lo sea su módulo.*

Sean los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \qquad \beta = a'j_1 + b'j_2$$

cuyos módulos son

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} \qquad |\beta| = \sqrt{\frac{|a'|^2 + |b'|^2}{2}}$$

y sabemos que

$$\alpha + \beta = (a + a')j + (b + b')j_2$$

$$\therefore \quad |\alpha + \beta| = \sqrt{\frac{|a + a'|^2 + |b + b'|^2}{2}}$$

Pero, en el campo complejo hiperbólico

$$|a + a'|^2 \leq [|a| + |a'|]^2$$

$$\therefore \quad |a + a'|^2 \leq |a|^2 + |a'|^2 + 2\,.\,|a|\,.\,|a'|$$

y análogamente

$$|b + b'|^2 \leq |b|^2 + |b'|^2 + 2\,|b|\,.\,|b'|$$

$$\therefore \quad \frac{|a + a'|^2 + |b + b'|^2}{2} \leq \frac{|a|^2 + |b|^2}{2} + \frac{|a'|^2 + |b'|^2}{2} + |a|\,.\,|a'| + |b|\,.\,|b'|$$

de donde resulta que

$$(.) \qquad |\alpha + \beta|^2 \leq |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |a|\,.\,|a'| + |b|\,.\,|b'|$$

Por otra parte, sabemos también que

$$(..) \qquad [|\alpha| + |\beta|]^2 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2\,|\alpha|\,.\,|\beta| =$$

$$= |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \sqrt{[|a|^2 + |b|^2]\,.\,[|a'|^2 + |b'|^2]}$$

Para relacionar .) y ..) supongamos que

$$|a|\,.\,|a'| + |b|\,.\,|b'| > \sqrt{[|a|^2 + |b|^2]\,.\,[|a'|^2 + |b'|^2]}$$

de donde (recordando que los módulos de los complejos hiperbólicos son números reales positivos)

$$|a|^2 . |a'|^2 + |b|^2 . |b'|^2 + 2|a| . |a'| . |b| . |b'| >$$
$$> |a|^2 . |a'|^2 + |b|^2 . |a'|^2 + |a|^2 . |b'|^2 + |b|^2 . |b'|^2$$

y simplificando

$$|a'|^2 . |b|^2 + |a|^2 . |b'|^2 - 2|a| . |a'| . |b| . |b'| < 0$$

o sea

$$[|a| . |b'|]^2 + [|a'| . |b|]^2 - 2|a| . |b'| . |a'| . |b| < 0$$

es decir que

$$[|a| . |b'| - |a'| . |b|]^2 < 0$$

lo cual es absurdo ateniéndonos a la recordada propiedad de los módulos de los números complejos hiperbólicos. Ello prueba que

$$|a| . |a'| + |b| . |b'| \leq \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$
$$\therefore |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |a| . |a'| + |b| . |b'| \leq |\alpha|^2 + |\beta|^2 +$$
$$+ \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$

y recordando .) y ..) resulta

$$|\alpha + \beta|^2 \leq [|\alpha| + |\beta|]^2$$

de donde, por último

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Es decir, que *el módulo de la suma de dos números bihiperbólicos es menor o igual que la suma de los módulos de los sumandos;* y razonando análogamente se deduce que

$$|\alpha - \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Estableceremos ahora una acotación del módulo del producto de dos números bihiperbólicos, independientemente del método general debido a N. SPAMPINATO (*).

(*) Véase N. SPAMPINATO, *loc, cit.*

Consideremos, para ello, a los números bihiperbólicos α y β, y a sus módulos respectivos; sabemos que

$$\alpha \,.\, \beta = aa'j_1 + bb'j_2$$

y por consiguiente

$$|\,\alpha\,.\,\beta\,| = \sqrt{\frac{|\,aa'\,|^2 + |\,bb'\,|^2}{2}} \qquad [1]$$

y como

$$|\,\alpha\,|\,.\,|\,\beta\,| = \sqrt{\frac{|\,a\,|^2 + |\,b\,|^2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{|\,a'\,|^2 + |\,b'\,|^2}{2}}$$

es

$$4\,[|\,\alpha\,|\,.\,|\,\beta\,|]^2 = [|\,a\,|\,.\,|\,a'\,|]^2 + [|\,b\,|\,.\,|\,a'\,|]^2 + [|\,a\,|\,.\,|\,b'\,|]^2 + [|\,b\,|\,.\,|\,b'\,|]^2 \quad [2]$$

Además, en el campo complejo hiperbólico ocurre que

$$|\,a\,.\,a'\,| \leq \sqrt{2}\,.\,|\,a\,|\,.\,|\,a'\,|$$

$$|\,b\,.\,b'\,| \leq \sqrt{2}\,.\,|\,b\,|\,.\,|\,b'\,|$$

$$\therefore \quad [|\,a\,|\,.\,|\,a'\,|]^2 + [|\,b\,|\,.\,|\,b'\,|]^2 \geq \frac{|\,aa'\,|^2 + |\,bb'\,|^2}{2}$$

y recordando [2] resulta

$$4\,.\,[|\,\alpha\,|\,.\,|\,\beta\,|]^2 \geq \frac{|\,aa'\,|^2 + |\,bb'\,|^2}{2}$$

y, por [1] es

$$4\,.\,[|\,\alpha\,|\,.\,|\,\beta\,|]^2 \geq |\,\alpha\beta\,|^2$$

$$\therefore \quad |\,\alpha\,.\,\beta\,| \leq 2\,.\,|\,\alpha\,|\,.\,|\,\beta\,|$$

expresión que nos da una acotación del módulo del producto de dos números bihiperbólicos.

El signo $=$ corresponde en dicha expresión al caso en que

$$[|\,b\,|\,.\,|\,a'\,|]^2 + [|\,a\,|\,.\,|\,b'\,|]^2 = 0$$

para lo cual

$$|\,b\,|\,.\,|\,a'\,| = 0 \quad \text{y} \quad |\,a\,|\,.\,|\,b'\,| = 0$$

es decir que:

$$\text{ó} \quad |\,b\,| = 0 \qquad \text{ó} \quad |\,a'\,| = 0$$

lo que significa que

$$\text{ó} \quad b = 0 \qquad \text{ó} \quad a' = 0$$

y simultáneamente

$$\text{ó} \quad a = 0 \qquad \text{ó} \quad b' = 0$$

Estudiaremos las condiciones para que esa expresión se verifique:

a) Si α es un número bihiperbólico completo, es

$$a \neq 0 \quad \text{y} \quad b \neq 0$$

y debe ocurrir, pues, que

$$b' = 0 \quad \text{y} \quad a' = 0$$

$$\therefore \quad \beta = 0$$

caso en el cual el producto $\alpha \,.\, \beta$ se anula.

b) Si α es incompleto de 1er. orden es

$$a \neq 0 \quad \text{y} \quad b = 0$$

$$\therefore \quad b' = 0$$

que se combina: o con $a' = 0$ (caso que descartamos, pues nos llevaría también a que $\beta = 0$) o con $a' \neq 0$.

$\therefore$ β es también un bihiperbólico incompleto de 1er. orden.

c) Si α es incompleto de 2º orden, se demuestra análogamente que: o α' es nulo (caso descartado), o α' es un incompleto de 2º orden.

Es decir, *que el módulo del producto de dos números bihiperbólicos alcanza su valor máximo (que es igual al duplo del producto de los módulos de los factores) cuando ambos son incompletos del mismo orden.*

Potencia y raíz. — Dado un número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

y el número entero y positivo n definiremos la n-sima potencia de α por la relación

$$\alpha^n = (aj_1 + bj_2)^n = (aj_1 + bj_2) \,.\, (aj_1 + bj_2) + \overset{(n}{\ldots} + (aj_1 + bj_2)$$

o sea que

$$(aj_1 + bj_2)^n = a^n j_1 + b^n j_2 \qquad (.)$$

Calculemos, como aplicación, las potencias sucesivas de las unidades isótropas y de la unidad hiperbólica.

$$j_1^n = (1\, j_1)^n = 1^n \,.\, j_1 = j_1$$

$$j_2^n = j_2$$

y como

$$j = j_1 - j_2 = 1 \,.\, j_1 + (-1)\, j_2$$

es

$$j^{2m} = 1^{2m} .\, j_1 + (-1)^{2m} .\, j_2 = j_1 + j_2 = 1$$

y

$$j^{2m+1} = 1^{2m+1} \,.\, j_1 + (-1)^{2m+1} \,.\, j_2 = j_1 - j_2 = j$$

Y podemos establecer también que: *La potencia par de un bihiperbólico puro es un número real y la potencia impar es otro bihiperbólico puro.*

En caso de ser el exponente entero y negativo, la potencia se define por

$$\alpha^{-n} = (aj_1 + bj_2)^{-n} = \frac{1}{(aj_1 + bj_2)^n} = \frac{1}{a^n j_1 + b^n j_2} =$$

$$= \frac{1}{a^n} j_1 + \frac{1}{b^n} j^n$$

es decir que

$$(aj_1 + bj_2)^{-n} = a^{-n} j_1 + b^{-n} j_2$$

que generaliza la expresión (.) para el exponente entero y negativo.

Es inmediato que esta última expresión carece de sentido cuando alguno de los números a y b es nulo o anulante, pues sabemos que en el campo complejo hiperbólico las potencias n-simas de los anulantes lo son a su vez y de ellos no puede definirse el número inverso. Es decir que *no puede definirse la potencia de exponente entero y negativo de los números bihiperbólicos anulantes.*

Llamaremos *raíz n-sima* de un número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ a otro número tal que su n-sima potencia sea α. Es decir que

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{aj_1 + bj_2} = \beta = a'j_1 + b'j_2$$

cuando

$$\beta^n = \alpha$$

o sea que

$$(a'j_1 + b'j_2)^n = a'^n j_1 + b'^n j_2 = aj_1 + bj_2$$

lo que exige que

$$\begin{cases} a'^n = a \\ b'^n = b \end{cases}$$

es decir que

$$\begin{cases} a' = \sqrt[n]{a} \\ b' = \sqrt[n]{b} \end{cases}$$

y por consiguiente

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_2} = \sqrt[n]{a} \cdot j_1 + \sqrt[n]{b} \cdot j_2$$

Distingamos los siguientes casos (*):

a) Si n es impar

$$\sqrt[n]{a} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b}$$

son raíces únicas

$$\therefore \quad \beta = \sqrt[n]{a} \cdot j_1 + \sqrt[n]{b} \cdot j_2$$

existe siempre y es raíz única.

b) Si n es par y existen

$$\sqrt[n]{a} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b}$$

cada una de ellas toma alguno de los cuatro valores posibles

$$\sqrt[n]{a} \begin{cases} \delta_1 = j_1 \cdot \sqrt[n]{A} + j_2 \sqrt[n]{B} \\ \delta_2 = j_1 \cdot (-\sqrt[n]{A}) + j_2 \sqrt[n]{B} \\ \delta_3 = j_1 \cdot \sqrt[n]{A} + j_2 (-\sqrt[n]{B}) \\ \delta_4 = j_1 \cdot (-\sqrt[n]{A}) + j_2 (-\sqrt[n]{B}) \end{cases} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b} \begin{cases} \lambda_1 = j_1 \cdot \sqrt[n]{A'} + j_2 \cdot \sqrt[n]{B'} \\ \lambda_2 = j_1 \cdot (-\sqrt[n]{A'}) + j_2 \cdot \sqrt[n]{B'} \\ \lambda_3 = j_1 \cdot \sqrt[n]{A'} + j_2 \cdot (-\sqrt[n]{B'}) \\ \lambda_4 = j_1 \cdot (-\sqrt[n]{A'}) + j_2 \cdot (-\sqrt[n]{B'}) \end{cases}$$

(*) Véase: «Sobre las funciones polígenas de variable compleja hiperbólica», J. C. VIGNAUX.

donde A y B son las componentes isótropas del complejo hiperbólico a; A' y B' son las componentes isótropas del complejo hiperbólico b; y β será cualquiera de los números bihiperbólicos que se puede formar teniendo como primera componente isótropa alguno de los complejos hiperbólicos δ y como segunda componente isótropa alguno de los números λ.

Es decir que

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_2}$$

puede tomar 16 valores.

c) Si al ser n par no existe alguna de las raíces

$$\sqrt[n]{a} \quad , \sqrt[n]{b}$$

no existe la raíz

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_1}$$

Sucesiones. — Dada una sucesión de números bihiperbólicos

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2 \qquad . \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

diremos que tiene por límite el número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

(o que « tiende al número α ») si, prefijado un número real $\varepsilon > 0$ tan pequeño como se quiera, existe un rango p a partir del cual

$$|\alpha - \alpha_n| < \varepsilon$$

y en ese caso se indica que

$$\alpha_n \longrightarrow \alpha \qquad \text{o} \qquad \lim_{n \to \infty} \alpha_n = \alpha$$

La condición necesaria y suficiente para que una sucesión de números bihiperbólicos $\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2$ *tenga por límite el número* α *es que las sucesiones de sus respectivas componentes isótropas tengan por límites las componentes isótropas de dicho* α.

En efecto, como

$$\alpha - \alpha_n = (a - a_n) \cdot j_1 + (b - b_n)\, j_2$$

es

$$|\alpha - \alpha_n| = \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}}$$

y si

$$\alpha_n \longrightarrow \alpha$$

resulta por definición que

$$|\alpha - \alpha_n| \longrightarrow 0$$

$$\therefore \quad \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}} \longrightarrow 0$$

y siendo los módulos números reales positivos, ello significa que

$$\begin{cases} |a - a_n| \longrightarrow 0 \\ |b - b_n| \longrightarrow 0 \end{cases}$$

y en el campo complejo hiperbólico resulta

$$a_n \to a \quad \text{y} \quad b_n \to b$$

o sea que *la condición es necesaria.*

Y recíprocamente, si la condición se cumple

$$|a - a_n|^2 \longrightarrow 0 \quad \text{y} \quad |b - b_n| \longrightarrow 0$$

$$\therefore \quad \frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2} \longrightarrow 0$$

$$\therefore \quad \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}} = |\alpha - \alpha_n| < \varepsilon$$

o sea que

$$\alpha_n \to \alpha$$

es decir que *la condición es suficiente.*

Por consiguiente, la expresión

$$\lim_{n \to \infty} \alpha_n = \alpha$$

puede expresarse diciendo que

$$\lim_{n \to \infty} (a_n j_1 + b_n j_2) = j_1 \cdot \lim_{n \to \infty} a_n + j_2 \cdot \lim_{n \to \infty} b_n$$

Cuando la sucesión α_n tiene por límite al número α se dice que es *convergente;* es *divergente* cuando $a_n \to a$ pero $b_n \to \infty$, o cuando $a_n \to \infty$ pero $b_n \to b$, o cuando $a_n \to \infty$ y $b_n \to \infty$; y es *oscilante* cuando lo es alguna de las sucesiones de sus componentes isótropas.

Si

$$\alpha_n \to \alpha \quad y \quad \beta_n \to \beta \quad (.)$$

ocurre que

$$|\alpha - \alpha_n| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$|\beta - \beta_n| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\therefore \quad |\alpha + \beta - \alpha_n - \beta_n| \leq |\alpha - \alpha_n| + |\beta - \beta_n| < \varepsilon$$

$$\therefore \quad |(\alpha + \beta) - (\alpha_n + \beta_n)| < \varepsilon$$

es decir que

$$\alpha_n + \beta_n \longrightarrow \alpha + \beta$$

o sea que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n + \beta_n) = \lim_{n \to \infty} \alpha_n + \lim_{n \to \infty} \beta_n$$

Análogamente se prueba que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n - \beta_n) = \lim_{n \to \infty} \alpha_n - \lim_{n \to \infty} \beta_n$$

Siendo

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2$$

$$\beta_n = a'_n j_1 + b'_n j$$

la expresión (.) indica que

$$\lim_{n \to \infty} (a_n\, j_1 + b_n\, j_2) = j_1 . \lim_{n \to \infty} a_n + j_2 . \lim_{n \to \infty} b_n = a\, j_1 + b\, j_2$$

$$\lim_{n \to \infty} (a'_n\, j_1 + b'_n\, j_2) = j_1 . \lim_{n \to \infty} a'_n + j_2 . \lim_{n \to \infty} b'_n = a' j_1 + b' j_2$$

y como

$$\alpha_n . \beta_n = a_n . a'_n\, j_1 + b_n . b'_n\, j_2$$

resultará que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n . \beta_n) = j_1 . \lim_{n \to \infty} (a_n . a'_n) + j_2 . \lim_{n \to \infty} (b_n . b'_n)$$

y en el campo complejo hiperbólico

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \,.\, a'_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \,.\, \lim_{n\to\infty} a'_n = a \,.\, a'$$

$$\lim_{n\to\infty}(b_n \,.\, b'_n) = \lim_{n\to\infty} b_n \,.\, \lim_{n\to\infty} b'_n = b \,.\, b'$$

$$\therefore \quad \lim_{n\to\infty}(\alpha_n \,.\, \beta_n) = a \,.\, a' \,.\, j_1 + b \,.\, b' \,.\, j_2 =$$

$$= (aj_1 + bj_2) \,.\, (a'j_1 + b'j_2)$$

$$= \alpha \,.\, \beta$$

o sea que

$$\lim_{n\to\infty}(\alpha_n \,.\, \beta_n) = \lim_{u\to\infty} \alpha_n \,.\, \lim_{n\to\infty} \beta_n$$

Y análogamente se demuestra que

$$\lim_{n\to\infty}(\alpha_n : \beta_n) = \lim_{n\to\infty} \alpha_n : \lim_{n\to\infty} \beta_n$$

teniendo la precaución de agregar a la hipótesis que β_n y β no pueden ser iguales a cero ni anulantes.

Si

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2 \to \alpha = aj_1 + bj_2$$

y h es un número entero calculemos el

$$\lim_{n\to\infty}(\alpha_n)^h :$$

Como sabemos que

$$(\alpha_n)^h = a^h{}_n \, j_1 + b^h{}_n \, j_2$$

resultará que

$$\lim_{n\to\infty}(\alpha_n)^h = j_1 \,.\, \lim_{n\to\infty}(a_n)^h + j_2 \,.\, \lim_{n\to\infty}(b_n)^h$$

y como en el campo complejo hiperbólico

$$a^h{}_n \longrightarrow a^h \quad \text{y} \quad b_n{}^h \longrightarrow b^h$$

$$\lim_{n\to\infty}(\alpha_n)^h = j_1 \,.\, a^h + j_2 \,.\, b^h = (aj_1 + bj_2)^h$$

$$= \alpha^h$$

En el caso de ser h un número negativo esta expresión carece de sentido cuando α es un bihiperbólico anulante.

La potencia e^{α}. — Dado el número hiperbólico completo $\alpha = aj_1 + bj_2$ calculemos

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n$$

y como

$$1 = j_1 + j_2$$

será

$$1 + \frac{\alpha}{n} = j_1 + j_2 + \frac{a}{n} j_1 + \frac{b}{n} j_2$$

$$= \left(1 + \frac{a}{n}\right) j_1 + \left(1 + \frac{b}{n}\right) j_2$$

y por consiguiente

$$\left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n . j_1 + \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n . j_2$$

Hagamos $n \to \infty$ y tomemos límites; será

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = j_1 . \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n + j_2 . \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n$$

y, siendo e la base de los logaritmos neperianos, sabemos que

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a$$

y

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n = e^b$$

por lo cual

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = j_1 . e^a + j_2 . e^b$$

y *pondremos por definición* que

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = e^{\alpha}$$

(siendo α un número bihiperbólico completo) o sea que

$$e^{\alpha} = e^{aj_1 + bj_2} = e^a j_1 + e^b j_2$$

Si consideramos análogamente que

$$e^{\beta} = e^{a'j_1+b'j_2} = e^{a'}\,j_1 + e^{b'}\,j_2$$

resultará que

$$e^{\alpha}\,.\,e^{\beta} = [e^{a}\,j_1 + e^{b}\,j_2]\,.\,[e^{a'}\,j_1 + e^{b'}\,j_2]$$

$$= e^{a}\,.\,e^{a'}\,j_1 + e^{b}\,.\,e^{b'}\,j_2 = e^{a+a'}\,j_1 + e^{b+b'}\,.\,j_2$$

y como

$$e^{\alpha+\beta} = e^{(aj_1+bj_2)+(a'j_1+b'j_2)} = e^{(a+a')j_1+(b+b')j_2}$$

$$= e^{a+a'}\,.\,j_1 + e^{b+b'}\,.\,j_2$$

resulta que

$$e^{\alpha}\,.\,e^{\beta} = e^{\alpha+\beta}$$

es decir que la definición aceptada *cumple la propiedad fundamental.*

Cumple asimismo las otras propiedades conocidas:

$$e^{1} = e^{j_1+j_2} = e\,.\,j_1 + e\,.\,j_2 = e$$

$$e^{0} = e^{0.j_1+0.j_2} = e^{0}\,.\,j_1 + e^{0}\,.\,j_2 = j_1 + j_2 = 1$$

$$e^{\alpha} : e^{\beta} = (e^{a}\,.\,j_1 + e^{b}\,.\,j_2) : (e^{a'}\,j_1 + e^{b'}\,j_2) = (e^{a} : e^{a'})\,j_1 + (e^{b} : e^{b'})\,j_2$$

$$= e^{a-a'}\,.\,j_1 + e^{b-b'}\,.\,j_2 = e^{(a-a')j_1+(b-b')j_2} = e^{\alpha-\beta}$$

En el caso de ser incompleto el número bihiperbólico que figura como exponente, será por ejemplo,

$$\alpha = aj_1$$

y

$$e^{\alpha} = e^{aj_1} = e^{aj_1+0.j_2} = e^{a}\,j_1 + e^{0}\,j_2 = e^{a}\,j_1 + j_2$$

y análogamente

$$e^{\beta} = e^{bj_2} = j_1 + e^{b}\,j_2$$

En el caso de ser el exponente un número complejo hiperbólico (y queda aquí incluído el caso de que sea real) recordando que

$$c = c(j_1 + j_2) = cj_1 + cj_2$$

resulta que

$$e^{cj_1+cj_2} = e^{c}\,.\,j_1 + e^{c}\,j_2 = e^{c}$$

y el resultado coincide con la exponencial de exponente complejo hiperbólico ya conocida.

LOGARITMO NEPERIANO. — Dado el número hiperbólico.

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

su *logaritmo neperiano* es el bihiperbólico β que cumpla la condición $e^{\beta} = \alpha$ y se representa así:

$$L(\alpha) = \beta$$

Siendo

$$\beta = a'j_1 + b'j_2$$

deberá ser

$$e^{a'j_1+b'j_2} = aj_1 + bj_2$$

$$\therefore \quad e^{a'}j_1 + e^{b'}j_2 = aj_1 + bj_2$$

es decir que

$$\begin{cases} e^{a'} = a \\ e^{b'} = b \end{cases}$$

o sea que

$$\begin{cases} a' = L(a) \\ b' = L(b) \end{cases}$$

y por consiguiente

$$L(\alpha) = L(aj_1 + bj_2) = j_1 . L(a) + j_2 . L(b)$$

expresión que es válida cuando existen $L(a)$ y $L(b)$ lo cual ocurre cuando, dados a y b a su vez en forma isótropa, sus componentes de tal clase son reales y positivos.

Los logaritmos neperianos así definidos gozan de las mismas propiedades que en el campo complejo ordinario. Comprobémoslo verificando, por ejemplo, la regla para calcular el logaritmo del producto.

En efecto, siendo

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \beta = a'j_1 + b'j_2$$

es

$$\begin{aligned} L(\alpha . \beta) &= L(aa'j_1 + bb'j_2) \\ &= j_1 . L(aa') + j_2 . L(bb') \\ &= j_1 [L(a) + L(a')] + j_2 [L(b) + L(b')] \\ &= j_1 . L(a) + j_1 . L(a') + j_2 . L(b) + j_2 L(b') \\ &= [j_1 L(a) + j_2 . L(b)] + [j_1 . L(a') + j_2 L(b')] \\ &= L(aj_1 + bj_2) + L(a'j_1 + b'j_2) \\ &= L(\alpha) + L(\beta) \end{aligned}$$

Y con razonamientos análogos se prueba que

$$L(\alpha : \beta) = L(\alpha) - L(\beta)$$

$$L(\alpha^r) = r . L(\alpha)$$

$$L(\sqrt[r]{\alpha}) = \frac{1}{r} . L(\alpha)$$

(donde *r es un número entero y positivo*).

Representación geométrica. — Estudiando un espacio tetradimensional en el cual se considera un sistema ortogonal de referencia 0 (h_1, h_2, h_3, h_4) se puede establecer una correspondencia biunívoca entre sus puntos y los números bihiperbólicos $\alpha = aj_1 + bj_2$.

Para ello, en el plano (h_1, h_2) se determina un punto A como afijo de la componente isótropa a y en el plano (h_3, h_4) el afijo B de la componente isótropa b y trazando por ellos planos respectivamente paralelos a los planos coordenados (h_3, h_4) y (h_1, h_2) queda determinado, por su intersección en el espacio tetradimensional, el punto P_α.

No entramos a la consideración de las series numéricas y de potencias en este estudio elemental de los números bihiperbólicos ya que su desarrollo no importa ninguna novedad y es una simple extensión de lo estudiado para los complejos de componentes reales.

DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS DE LAS PROBABILIDADES HIPERGEOMÉTRICAS ORDINARIAS Y EN EL CASO DE CONTAGIO (POLYA)

POR

C. E. DIEULEFAIT

Inst. estadistica Univ. Litoral

1. — En 1924 el profesor K. Pearson abordó, en toda su generalidad, el estudio de los momentos de las probabilidades hipergeométricas que, como se sabe, corresponden al esquema de las pruebas repetidas sin reposición de los elementos extraídos. Ultimamente, en 1935, el profesor V. Romanovsky, retomando la cuestión, dió también, de un modo independiente, una solución de este problema. El procedimiento seguido en este estudio por Pearson se apoyaba en la natural utilización de la ecuación diferencial de Euler-Gauss, mientras que, en cambio, Romanovsky, prescindiendo de este recurso y basándose en unas identidades algebraicas de los números combinatorios, llegaba a una interesante solución que resumía en un algoritmo sugestivo.

En este trabajo, siguiendo un nuevo procedimiento, consigo resolver el problema, dando, lo que me parece nuevo en este punto, una expresión analítica de la función característica, utilizando para ello la integral de Cauchy y con la cual llego a la fórmula general que me permite, por cómoda vía recurrente, determinar los momentos sucesivos.

Un pequeño análisis del proceso seguido, permite aplicarlo con naturales variantes al caso de contagio, en el cual una vez extraído un cierto elemento se lo restituye al grupo inicial junto con Δ elementos nuevos de igual naturaleza.

Doy también para este caso, la expresión de la función característica y la ley general de formación de los momentos sucesivos.

2. — Si q y p son las probabilidades iniciales de un sistema de n elementos, al procederse a r extracciones sucesivas, sin reposición,

la variable v que corresponde al número de veces que puede presentarse el elemento de probabilidad inicial q, tomará los valores 0, 1, 2, ... r con probabilidad es P_v tales que:

$$P_v = \frac{(n\,q)_v\,(n\,p)_{r-v}}{(n)_r}\binom{r}{v}$$

siendo

$$(nq)_v = nq\,(nq-1)\,\ldots\,(nq-v+1)$$

$$(nq)_o = 1 \quad \text{y} \quad \binom{r}{v}$$

el número combinatorio

$$\frac{r\,!}{v\,!\,(r-v)\,!}$$

En virtud de ello se tendrá también:

$$P_v = \frac{\binom{nq}{r}\binom{np}{r-v}}{\binom{n}{v}}$$

La función característica ordinaria estará dada por:

$$\varphi(t) = \sum_v P_v\,e^{vt} \qquad [1]$$

cuya expresión reducida nos proponemos obtener.

Para ello observo que:

$$\binom{m}{n} = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{z^m}{(z-1)^n}\,dz$$

siendo Γ un contorno cerrado que contenga el punto 1 y sin otra limitación en el caso en que, como los que consideraré primeramente, el exponente m es un número entero.

Esto permite dar para el valor P_v, la siguiente representación:

$$P_v = \frac{-1}{4\pi^2\binom{n}{r}}\int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r-v+1}}\,dw\int_\Gamma \frac{z^{nq}}{(z-1)^{v+1}}\,dz$$

Supondré aquí que los contornos cerrados Γ y G son circunferencias de radios R y ρ respectivamente con centro en los puntos 1 de los planos de las variables w y z.

De ello resulta:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2 \binom{n}{r}} \sum_v e^{vt} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r-v+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{qn}}{(z-1)^{v+1}} dz$$

y siempre que para un valor de t dado (que por lo demás aquí bastará tomar en el dominio del punto origen) se tenga:

$$|e^t| < \frac{R}{\rho} \qquad [2]$$

se seguirá:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2 \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{(z-1)} \sum_v \left\{ \frac{e^t (w-1)}{(z-1)} \right\}^v dz$$

de donde:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{\binom{n}{r} 4\pi^2} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{z-1-e^t(w-1)} dz$$

Pero, en virtud de la desigualdad [2], resulta:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{z-1-e^t(w-1)} dz = \{1 + e^t (w-1)\}^{nq}$$

con lo que:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} dw \qquad [3]$$

Esta fórmula, de fundamental importancia en este estudio, tiene una íntima relación con la notable fórmula dada por Jacobi para expresar un polinomio hipergeométrico. Como si se prescinde de las condiciones de probabilidades en que aquí nos hemos colocado, estas cuestiones tienen una derivación de interés para el análisis, aclararé, de paso, la anterior advertencia.

La definición [1] nos conduce también, teniendo en cuenta los valores de las P_v, al siguiente resultado:

$$\varphi(t) = \frac{(pn)_r}{(n)_r} F(-r, -nq, np - r + 1, e^t)$$

donde F es la indicatriz de la serie de Gauss que, para los parámetros α, β y γ y la variable z daba:

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} z + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1.2\gamma(\gamma+1)} z^2 + \ldots$$

Ahora bien, la [3] puede también, directamente, escribirse en la forma:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\binom{n}{r} r!} \left(\frac{d^r}{dw^r} \left[w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq} \right] \right)_{w=1}$$

de donde:

$$(pn)_r F(-r, -nq, np - r + 1, e^t) = \left(\frac{d^r}{dw^r} \left[w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq} \right] \right)_{w=1}$$

resultado que con sólo hacer $e^t = z$ muestra su parentesco con la mencionada relación de Jacobi.

En lo que toca a nuestro objetivo, será preferible mantener la forma adoptada en la fórmula [3], y como los momentos:

$$m_s = \sum_v P_v v^s$$

en virtud de la [1] están dados por:

$$m_s = \varphi^{(s)}(0)$$

tendremos:

$$m_o = \frac{1}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^n}{(w-1)^{r+1}} dw = 1$$

y en particular de:

$$\varphi'(t) = \frac{nq\, e^t}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq-1}}{(w-1)^r} dw$$

deduzco el resultado verificatorio:

$$m_1 = \frac{nq}{\binom{n}{r}} \binom{n-1}{r-1} = rq$$

Luego la función característica $\Phi(t)$ de la variable $v - rq$ (o sea de los desvíos respecto al valor medio), será:

$$\Phi(t) = \sum_v P_v e^{(v-rq)t} = \varphi^{-rqt}\varphi(t) \qquad [4]$$

y entonces:

$$\Phi(t) = \frac{e^{-rqt}}{2\pi i \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pr}\{1 + e^t(w-1)\}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} dw \qquad [5]$$

fórmula que constituye el punto fundamental para la determinación de los momentos por cuanto si con μ_s designamos estos momentos respecto al valor medio, o sea:

$$\mu_s = \sum_v P_v (v - rq)^s$$

en virtud de la [4] se tendrá:

$$\mu_s = \Phi^{(s)}(0)$$

Para ello, las derivaciones sucesivas de la [5] nos dan:

$$\Phi'(t) = -rq\Phi(t) + \frac{e^{(1-rq)t}\, nq}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn}\{1 + e^t(w-1)\}^{nq-1}}{(w-1)^r} dw$$

$$\Phi''(t) = -rq\Phi'(t) + (1-rq)[\Phi'(t) + rq\Phi(t)] + \frac{e^{(2-rq)t}(nq)_2}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn}\{1 + e^t(w-1)\}^{nq-2}}{(w-1)^{r-1}} dw$$

etc., de donde:

$$\mu_1 = -rq\mu_0 + \frac{nq}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{n-1}}{(w-1)^r} dw = -rq + \frac{nq}{\binom{n}{r}} \binom{n-1}{r-1} = 0$$

$$\mu_2 = -rq\mu_1 + (1-rq)[\mu_1 + rq\mu_0] + \frac{(nq)_2}{\binom{n}{r}} \binom{n-2}{r-2}$$

y con sólo obervar el regular proceso de la derivación de la $\Phi(t)$ y pasando luego al punto $t = 0$ se tiene que, a partir del valor de $s = 1$, será:

$$\mu_s = P_{s-1}(\mu) + \frac{(nq)_s}{\binom{n}{r}} \binom{n-s}{r-s}$$

donde $P_{s-1}(\mu)$ es un polinomio en μ de subíndices, siendo el mayor $s-1$, siendo el inicial: $P_0(\mu) = -rq\mu_0$ y verificándose la recurrencia:

$$P_s(\mu) = \mu P_{s-1}(\mu) + (s - rq)[\mu_s - P_{s-1}(\mu)]$$

fácil de ir formando, con la sola advertencia de que el producto: $\mu P_{s-1}(\mu)$ es simbólico, significando que, como resultado del mismo, se ha de obtener el mismo polinomio $P_{s-1}(\mu)$, con todos los subíndices de las μ aumentados en una unidad.

3. — En el esquema del contagio, partiendo de un sistema inicialmente análogo al anterior y procediendo a la extracción de r sucesivos elementos verificando uno de los cuales se colocan en la urna el extraído junto con Δ elementos nuevos de la misma naturaleza, siendo P_v la probabilidad para que en estas condiciones el elemento de probabilidad inicial q se verifique v veces, se tendrá:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{nq(nq+\Delta)\ldots(nq+\{v-1\}\Delta)np(np+\Delta)\ldots(np+\{r-v-1\}\Delta)}{n(n+\Delta)\ldots(n+\{r-1\}\Delta)}$$

de donde, dividiendo numerador y denominador por n y llamando con δ al contagio relativo $\frac{\Delta}{n}$, tengo:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{\left(\frac{q}{\delta}, v\right)\left(\frac{p}{\delta}, r-v\right)}{\left(\frac{1}{\delta}, r\right)}$$

siendo, por ejemplo:

$$\left(\frac{q}{\delta}, v\right) = \frac{q}{\delta}\left(\frac{q}{\delta}+1\right)\ldots\left(\frac{q}{\delta}+v-1\right)$$

Se comprende de inmediato lo natural que resulta, en este caso, utilizar el recurso de las integrales de Euler para dar una expresión cómoda de P_v que habrá de servir para la determinación de su función característica. Es éste el camino seguido por el profesor Polya y resumido por nosotros en otro trabajo.

Ahora bien, mientras la utilización de las integrales de Euler no pueden aplicarse con éxito al caso anterior de la no reposición, nuestro procedimiento, seguido en dicho caso, también se aplica fácilmente al del contagio. Y como quiera que al efectuarlo sobre las bases del contagio se presentan condiciones dignas de mención para varias otras generalizaciones de estas reglas de tirajes, voy a ocuparme de su exposición, en la creencia de poder hacer con ello obra útil de colaboración en estas investigaciones.

Para ello, retomando la última expresión de los P_v, observo que puedo también escribirla en la forma:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{\left(\frac{q}{\delta} + v - 1\right)_v \left(\frac{p}{\delta} + r - v - 1\right)_{r-v}}{\left(\frac{1}{\delta} + r - 1\right)_r}$$

de donde deduzco que también será:

$$P_v = \frac{\binom{\frac{q}{\delta} + v - 1}{v} \binom{\frac{p}{\delta} + r - v - 1}{r - v}}{\binom{\frac{1}{\delta} + r - 1}{r}}$$

de donde:

$$P_v = \frac{-1}{\binom{\frac{1}{\delta} + r - 1}{r} 4\pi^2} \int_\Gamma \frac{z^{\frac{q}{\delta} + v - 1}}{(z-1)^{v+1}} dz \int_G \frac{w^{\frac{p}{\delta} + r - v - 1}}{(w-1)^{r-v+1}} dw$$

Si Γ y G son circunferencias centradas en los puntos 1 de los planos de las variables z y w por ser, en general, $\frac{p}{\delta}$ y $\frac{q}{\delta}$ números racionales, los radios respectivos de estas circunferencias deberán ser, hasta aquí, necesariamente menores que la unidad.

Para la función característica tendré:

$$\varphi(t) = \sum_v P_v e^{vt}$$

$$\varphi(t) = \frac{-1}{\left(\begin{matrix}\frac{1}{\delta}+r-1\\ r\end{matrix}\right) 4\pi^2} \int_\Gamma \frac{z^{\frac{q}{\delta}-1}}{(z-1)}\, dz \int_G \frac{w^{\frac{p}{\delta}+r-1}}{(w-1)^{r+1}} \sum_v \left\{\frac{e^t z(w-1)}{w(z-1)}\right\}^v dw$$

siempre que:

$$|e^t| < \left|\frac{w(z-1)}{z(w-1)}\right|$$

bastando con que t esté tomado en el dominio del origen, por lo cual, entonces, deberá ser:

$$1 < \left|\frac{w(z-1)}{z(w-1)}\right|$$

Para lo cual bastará con tomar el radio de G suficientemente pequeño y el de Γ cercano por defecto a la unidad.

En estas condiciones resulta:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2\left(\begin{matrix}\frac{1}{\delta}+r-1\\ r\end{matrix}\right)} \int_G \frac{w^{\frac{p}{\delta}+r}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{\frac{q}{\delta}-1}}{w(z-1)-e^t(w-1)z}\, dz$$

Ahora bien, en virtud de la anterior desigualdad, resulta:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta^{\frac{q}{1}-1}}{w(z-1)-e^t(w-1)z}\, dz = \frac{w^{\frac{q}{\delta}-1}}{(w-we^t+e^t)^{\frac{q}{\delta}}}$$

Luego:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\left(\begin{matrix}\frac{1}{\delta}+r-1\\ r\end{matrix}\right) 2\pi i} \int_G \frac{w^{\frac{1}{\delta}+r-1}}{(w-1)^{r+1}\{w+e^t(1-w)\}^{\frac{q}{\delta}}} dw$$

de donde se deduce el valor verificatorio:

$$m_1 = \varphi'(0) = \frac{1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \frac{q}{\delta} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-1} = q\,r$$

Análogamente con lo ya visto en el caso anterior, la función característica de los desvíos $v - rq$ será:

$$\Phi(t) = \frac{e^{-rqt}}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{\frac{1}{\delta}+r-1}\{w + e^t(1-w)\}^{-\frac{q}{\delta}}}{(w-1)^{r+1}}\, dw$$

Por derivación, y tomando luego $\Phi^{(s)}(0) = \mu_s$ se tiene, en particular:

$$\mu_1 = -rq\,\mu_0 + \frac{1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \frac{q}{\delta} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-1} = 0$$

$$\mu_2 = -rq\,\mu_1 + (1-rq)\,[\mu_1 + rq\,\mu_0] + \frac{\binom{\frac{q}{\delta}, 2}}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-2}$$

o sea:

$$\mu_2 = (1-rq)\,rq + q\left(\frac{q}{\delta}+1\right)\frac{r\,(r-1)}{\frac{1}{\delta}+1}$$

y finalmente:

$$\mu_2 = pqr\,\frac{1+\delta\,r}{1+\delta}$$

Cuando el orden relativo del contagio o sea δ es nulo, la anterior fórmula concuerda con el valor de μ_2 en el esquema de las pruebas repetidas con reposición. Muestra también la anterior que al caso $\delta = \frac{-1}{n}$ o sea para $\Delta = -1$ que constituye el caso hipergeomé-

trico, se vuelve a obtener el resultado $pqr\,\frac{n-r}{n-1}$ el cual a su turno, si el número inicial de elementos es suficientemente grande, coincide con el correspondiente momento binomial.

Para los demás momentos bastará con considerar la fórmula general

$$\mu_s = P_{s-1}(\mu) + \frac{\left(\frac{q}{\delta}, s\right)}{\left(\begin{matrix}\frac{1}{\delta}+r-1\\ r\end{matrix}\right)}\left(\begin{matrix}\frac{1}{\delta}+r-1\\ r-s\end{matrix}\right)$$

desde $s = 1$ en adelante; valiendo la relación:

$$P_s(\mu) = \mu\, P_{s-1}(\mu) + (s - rq)\,[\mu_s - P_{s-1}(\mu)]$$

con $P_0(\mu) = -rq\mu_0$ y advertencias análogas al resultado de nuestro párrafo 2.

BIBLIOGRAFÍA

K. Pearson. *On the moments of the Hypergeometrical Series.* . Rev. *Biometrika.* Mayo 1924. Londres.

V. Romanovsky. *Sui momenti della distribuzione ipergeometrica. Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari.* 1935. Roma.

G. Polya. *Sur quelques points de la théorie des probabilités. Annales de l'Inst. H. Poincaré.* Fasc. 2. Volum. 1. París, 1931.

C. Dieulefait. *Series a coeficientes recurrentes y series de polinomios de Poincaré.* Publicac. Inst. de Estadística Fac. Ciencias Económicas, Univ. Litoral. 1938.
— *Los momentos de un grupo de funciones de probabilidad. Anales Sociedad Científica Argentina,* Enero 1938.

EL GRANITO Y LAS EFUSIONES BASÁLTICAS DEL EXTREMO AUSTRAL DE LAS SIERRAS DE CÓRDOBA

POR

VLADIMIR BORZACOV

PROLOGO

Entre los problemas de la Geología Cordobesa, figura la naturaleza de un grupo de pequeños cerros basálticos que se levantan aislados muy cerca del lugar en que el extremo austral de la Sierra, desaparece para continuar subterráneamente debajo de la llanura Pampeana. (Ver planos Nº 1 y 2 de la región adjuntos).

Dichos cerros « La Leoncita », « La Garrapata » y « La Madera », fueron objeto de rápidas visitas por parte de algunos de los ilustres precursores de nuestra ciencia geológica: Luis Brackebusch, Guillermo Bodenbender, G. Avé Lallemant, quienes informan acerca de ellos en sus trabajos.

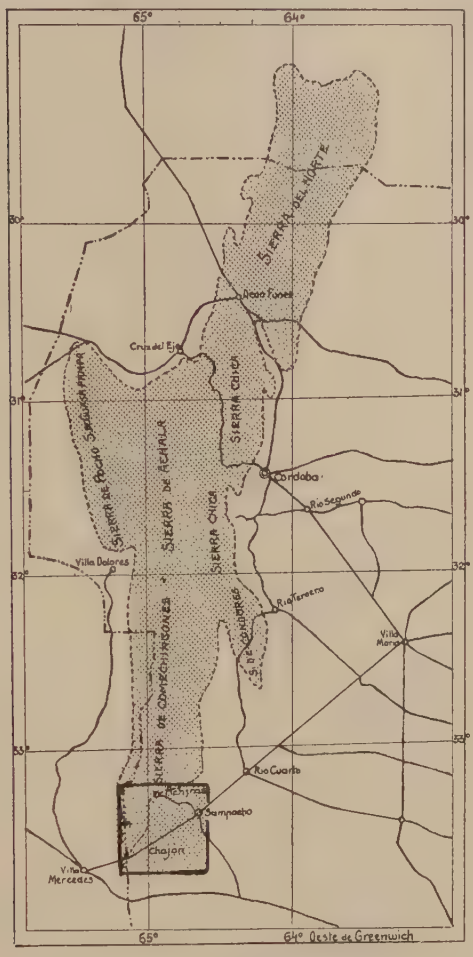
Esas exploraciones tuvieron forzosamente que ser superficiales, porque correspondían a viajes de reconocimiento a través de extensas regiones que hasta entonces eran « tierras incógnitas », en cuanto a su naturaleza.

La presente disertación trata de llenar el claro que en nuestros conocimientos significa esa región, interesante por haber sido un centro volcánico y por ser vecina a la zona de Sampacho, cuya sismicidad se puso de manifiesto en el violento terremoto ocurrido el 10 de Junio de 1934.

Aparte de dar una información acerca de los cerros en cuestión, es objeto de este trabajo, dar una representación de la tectónica de esa región, obtenida mediante la aplicación de métodos modernos, basados en la tectónica del granito y la medición de las diaclasas que atraviesan las rocas.

Por eso la región examinada no se redujo al área ocupada por esas efusiones basálticas.

Ubicación de la región estudiada

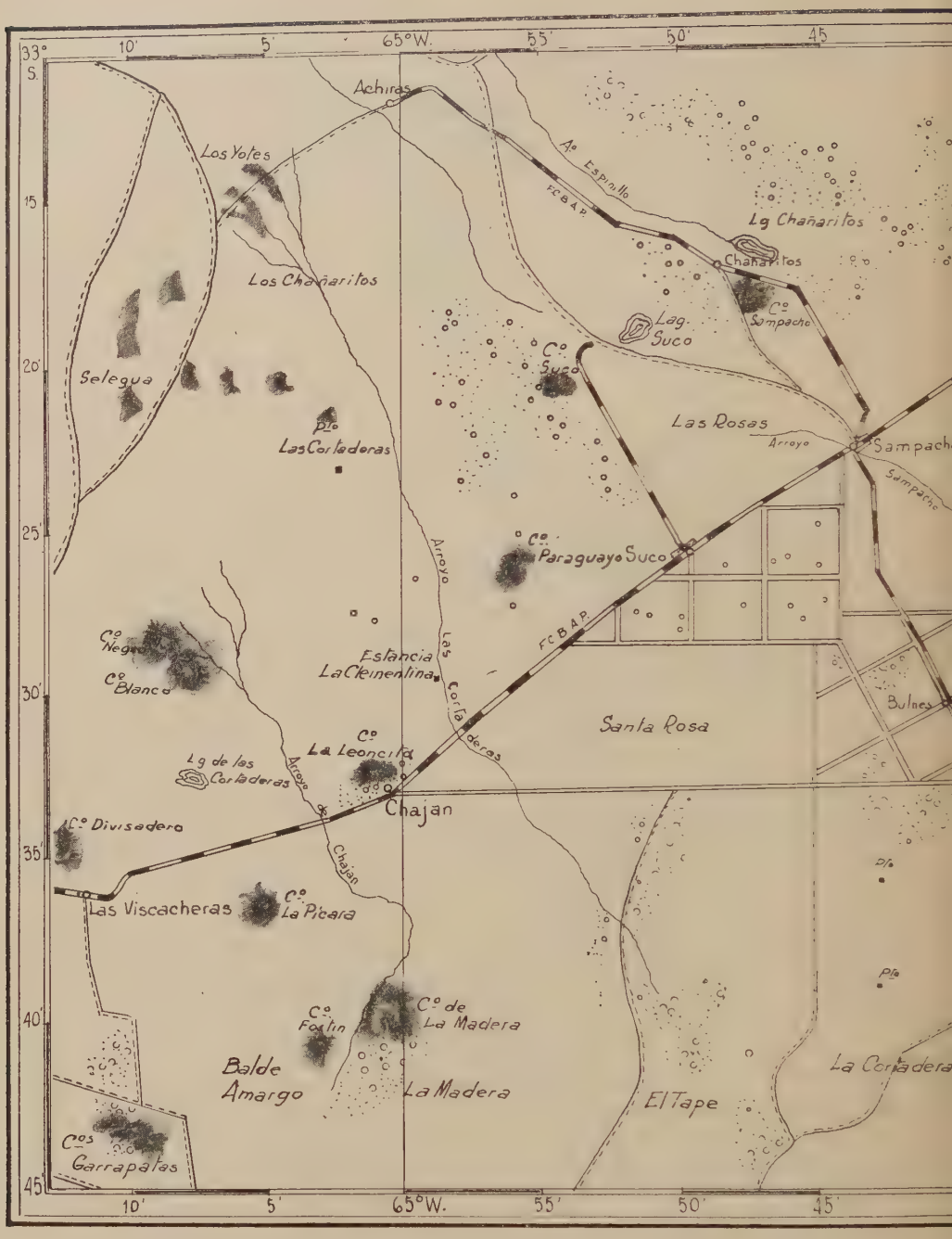


Contornos del sistema llamado Sierra de Cordoba.

Limite interprovincial

Ferro Carriles

Plano Nº 1.



Escala aproximada

10 5 0 10 20 30

1: 322.500

Plano Nº 2.

Visitamos las zonas de las areniscas de Sampacho e hicimos observaciones en el granito y en el gneis que afloran en las inmediaciones de los cerros Blanco y Negro y de Achiras.

De la tectónica de estos dos lugares, hemos deducido conclusiones que permiten ser relacionadas con la de la zona que es fin principal de este trabajo.

Como la deducción más interesante de este trabajo — por ser ella de orden general — puede señalarse la comprobación de una efectiva interferencia de líneas tectónicas, pertencientes al sistema de las Sierras Pampeanas y al sistema de las Sierras Bonaerenses y que había sido supuesta por el Dr. Ricardo Stappenbeck.

Dicha interferencia se pone de manifiesto con toda evidencia en el extremo austral de la Sierra de Córdoba.

SINTESIS DE LA GEOLOGIA DE LAS SIERRAS CORDOBESAS

Las Sierras de Córdoba pertenecen a un sistema llamado las « Sierras Pampeanas », formando el grupo más oriental y más austral.

El carácter de las Sierras Pampeanas se puede comparar en sentido geológico - morfológico, con las de Basin Ranges, del Oeste de los Estados Unidos de Norte América, pues tienen un rasgo común para ambos: son elementos muy antiguos, pero la edad geológica de estos macizos Pampeanos es muy discutida.

A base de las afirmaciones de Orville A. Derby, de que el silúrico está incluído al lado de las rocas arcaicas y precámbricas en el plegamiento de las Sierras da Mar y de Mantiqueira, comparadas por Suess, por su posición estructural dentro del continente, con las Apalaches de Norte América, se supone la presencia de una fase del plegamiento caledónico en nuestro continente.

Respecto a las Sierras Pampeanas, no hay duda sobre la existencia de una estructura precarbonífera, pues en Retamito entre los estratos de Carbonífero y su basamiento se intercala un hiatus, que corresponde a la denudación durante el Devónico Superior.

Los estudios de Rassmus en los macizos graníticos de Aconquija, de las sierras de Ambato y Velazco, inducen suponer que los procesos orogénicos corresponden principalmente al Silúrico.

La participación de rocas cambrosilúricas en el terreno metamórfico de las Sierras de Umango y Famatina, contribuye a sostener la idea de que haya en el basamiento cristalino de las Sierras Pampeanas, no solo un componente arcaico-precámbrico, sinó también paleozoico.

Esta idea ha sido aplicada por Hausen también a las Sierras del Gigante, de los Llanos, de Pié de Palo y la de Córdoba.

Todo eso muestra que las Sierras Pampeanas y por ende las de Córdoba, representan un complejo cambrosilúrico, plegado en el borde del Escudo Brasileño, gracias al empuje que se dirigía desde el Escudo en dirección al Oeste y tal plegamiento debe ser contemporáneo al plegamiento Caledónico, que en Europa está dividido en dos fases principales: la fase tacónica y la caledónica en el sentido estricto.

La primera divide el Ordoviciano del Gotlandiano y la segunda tiene dos fases en el final del Silúrico.

Según las observaciones del Dr. Beder, sobre una discordancia angular en la región del Yaví, parece que debe ser agregada una fase más para los movimientos habidos entre Cámbrico y Silúrico.

Todo esto da una analogía al concepto de la Green-Mauntain Disturbance en Norte América.

Durante muy largas épocas las antiguas Sierras Pampeanas del plegamiento Caledónico, sufrían los resultados de una fuertísima denudación continental, que las arrasó y niveló completamente, pero gracias a un proceso tectónico volvieron a aparecer en la época relativamente nueva en el escenario de nuestro continente, como nuevos sistemas de altos cordones de montañas.

Este proceso tectónico que representa la última parte de la historia de estas Sierras, se inició en la segunda mitad de la época terciaria, cuando las rocas metamórficas, intrusivas, sedimentarias y volcánicas, de las cuales se componen las Sierras de Córdoba, fueron afectadas por un despedazamiento muy intenso a lo largo de las líneas de rumbo meridional o submeridional, bajo la acción de las fuerzas que han producido el plegamiento andino.

En este caso el área ocupada por las Sierras Pampeanas se hallaban en el borde del Escudo Brasileño y actuaba como « antepáis ».

El despedazamiento produjo una serie de erupciones de andesitas y traquiandesitas (« El Morro » en San Luis y los cerros « Poca », « Velos », « Yerba Buena », en Córdoba) y de basaltos en el estremo austral de la Sierra de Córdoba (Cerros « La Madera », « La Garrapata » y « La Leoncita »).

Las perforaciones profundas, efectuadas en las llanuras Pampeanas, indican que el mismo zócalo cristalino del continente ha sido afectado por esos despedazamientos, igual como en el resto

de las montañas primitivas, ya denudadas, creando una estructura de bloques de las cuales unos han sido levantados y los otros hundidos.

Estos movimientos ascendentes han sido realizados en diferentes fases con varias subfases, hasta que ha sido alcanzado un relativo equilibrio en los bloques, que sin embargo de vez en cuando producen pequeños movimientos, ocasionando grandes terremotos.

La gran elevación actual de las Sierras, es la consecuencia de los movimientos ascendentes, producidos al final del Terciano y aún en el Pleistoceno.

Como otra consecuencia fué la posición de los bloques con inclinación suave de la superficie hacia el Este y con pendiente muy brusca hacia el Oeste.

Por ejemplo, en Villa Dolores, en la pendiente occidental se observan cinco terrazas que demuestran la realidad de los movimientos de los bloques.

El núcleo central de las Sierras de Córdoba, lo constituye la Sierra Grande.

Otras tres secciones de este complejo montañoso son: La Sierra del Norte o de Ischilín, La Sierra Chica, la parte Sud de la cual es llamada la Sierra de los Cóndores y la Sierra de Pocho con su parte Norte llamada la Sierra de Guasapampa.

A nosotros nos interesaba especialmente la Sierra Grande que en su mayor parte representa una planicie de destrucción de 2.000 metros de altura sobre el nivel del mar, que llega en el Cerro de Champaquí a su máximum, 2800 metros.

La Sierra Grande continúa hacia el Sud, con el nombre de Sierra de Comechingones, que desaparece bajo los sedimientos Pampeanos en la región, que es el objeto del presente estudio.

Pero allí no termina en realidad este macizo; como una cadena subterránea sigue corriendo hacia el Sud, ora asomando ligeramente, ora desapareciendo hasta que alcanza cerca de Pichimahuida, en el borde del Río Colorado, la gran zona de hundimiento, donde ya termina definitivamente.

Para una región relativamente limitada, entre San Luis y Córdoba, que cae en la prolongación de la Sierra de Córdoba, Stappenbeck ha manifestado que es probable que exista una estructura de bloques y en la que se reproducirían las mismas condiciones tectónicas, observadas en la Sierra de Córdoba.

De aquí en dirección al Sud desaparecen las rocas antiguas, pero existen nuevamente a poca profundidad al Sud del paralelo 35° S.

En esos afloramientos de rocas antiguas en la Pampa y sus partes antiguas, observamos la continuación subterránea de los diferentes sistemas de montañas que cruzan la llanura Pampeana.

Sobre todo parece que la cadena de la Sierra de Córdoba, se prolonga subterráneamente en dirección al Sud.

El rumbo de los esquistos en los pequeños afloramientos y Sierras de La Pampa, es de NE - SO y NNE - SSO, como también con la Sierra de Córdoba.

Pero fuera de ese, se destaca otro sistema de rumbo, NO - SE, es decir que corre en la dirección de la Sierra de Ventana.

Stappenbeck, interpreta los afloramientos dispersos de rocas antiguas de la Pampa Central y partes contiguas, como producidas por una especie de interferencia de dos diferentes sistemas de montañas.

En el cruce de los sistemas hay cada vez una tendencia ascendente del antiguo terreno, es decir existe un afloramiento.

Para la presente síntesis de la Geología de las Sierras Pampeanas en general y en las de Córdoba en particular, ha sido consultada la siguiente bibliografía:

1) Anselmo Windhausen. « Geología Argentina », edición Jacobo Peuser, años 1929 y 1931. Tomo I y II. Buenos Aires.
2) Oscar Schmieder. « Apuntes geomorfológicos de la Sierra Grande de Córdoba ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias. Tomo XXV; año 1921.
3) Franco Pastore. «Elements du massif cristallin caledonien dans le centre de la République Argentine ». Congres Géologique International. Belgique 1922 (Liege 1926).
4) Roberto Beder. « Los yacimientos minerales de la República Argentina, relacionados con las rocas igneas de las diferentes épocas geológicas ». Revista Universidad Nacional de Córdoba. Año XIV, Nos. 1-2, 1927.
5) Roberto Beder. « Estudios geológicos e hidrológicos en los alrededores de Villa Dolores ». Boletín Nº 14 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología. Buenos Aires, 1916.
6) Guillermo Bodenbender. « La Sierra de Córdoba. Constitución geológica y productos minerales de aplicación ». Anales Ministerio de Agricultura, Sección Geología, etc. Tomo I, Nº 2, Buenos Aires 1905.
7) H. Hausen. « On the Lithology an d Geological Structure of the Sierra de Umango área. Prov. of La Rioja. Arg. Rep. Acta Academial Aboensis Matemática et Physica I, 1921. Abo.
8) I. Rassmus. « La Sierra del Aconquija ». Primera reunión Nac. Socied. Arg. Ciencias Naturales. Tucumán 1916. B. A. 1918.

9) I. Rassmus. « Rasgos geológicos generales de las Sierras Pampeanas ». Boletín Nº 13 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología B. Aires, 1916.

10) Juan Olsacher. « Estudio Geológico y Petrográfico de los alrededores del Dique San Roque ». La revista de la Universidad Nacional de Córdoba. Año XVII, Nos. 3-4. 1930.

11) Gillermo Bodenbender. « Triásico y terciario en la falda oriental de la Sierra de Córdoba. Relaciones morfológico-tectónicas. Rocas valcánicas ». Boletín de la Academia Nac. de Ciencias de Córdoba. Tomo XXXI, 1929, pp. 73-139.

12) Gillermo Bodenbender. « El Nevado de Famatina ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias. Tomo XXI, 1926.

13) Roberto Beder. « Estudios geológicos en la Sierra de Córdoba, especialmente de las cálizas cristalina-granulosas y sus fenómenos de metamorfismo ». Boletín Nº 33 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología. Buenos Aires 1922.

14) I. Keidel. « Sobre la distribución de los depósitos glaciares del pérmico, conocidos en la Argentina y su significación para la estratigrafía de la serie de Gondwana y la paleogeografía del hemisferio austral ». Boletín de la Academia Nac. de Ciencias de Córdoba. Tomo XXV, año 1921.

15) H. Gerth. « Die Pampienn Sierren Zentralargentiniens ». Geologische Rundschau. Tomo IV, año 1913.

RESEÑA DE LA GEOLOGIA DE LA REGION ESTUDIADA

Como ya queda dicho, es objeto de esta investigación la naturaleza de las efusiones de basalto en el extremo austral de la Sierra de Córdoba.

Para interpretar su sentido geológico en la forma más acertada posible, es indispensable conocer la región a través de la cual hicieron irrupción esas efusiones.

El núcleo original de la región lo constituye los esquistos cristalinos que se advierten en los cerros « Chañaritos », « Ají », « Blanco » y « Negro », « Aspero » y en la región que se extiende al sur de Achiras.

Su estructura y su posición tectónica, ya fueron determinadas en un principio por el plegamiento caledoniano.

Durante el paleozoico (silúrico, devónico), se produjeron grandes intrusiones de granito en diversos puntos de la Sierra de Córdoba, que hicieron desaparecer en grandes extensions los esquistos preexistentes.

En nuestra región, se puede estudiar el granito en Achiras, cerro « La Paraguaya », cerros « Blanco » y « Negro » y en la base de los cerros basálticos.

La unidad que se observa en la composición del granito y que sin variantes sensibles se conserva en esta región, hace probable de que la intrusión en esta parte de la Sierra, se haya producido simultáneamente y en una sola fase.

En el cerro « Blanco », puede observarse claramente el mecanismo de la intrusión y absorción del gneis por el granito (fig. I).

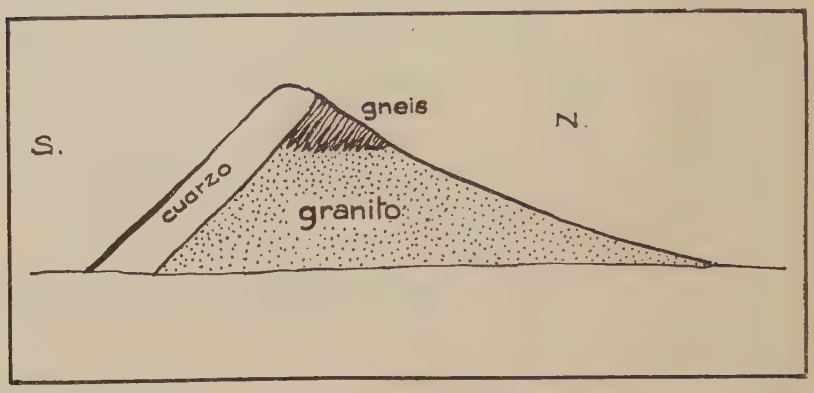


FIG. I. - Perfil N. S. a través del cerro « Blanco ». Intrusión del granito en el gneis

Un problema interesante y que en el marco de nuestra región no hemos podido resolver, lo representa la circunstancia de que en algunas partes el gneis está dispuesto normalmente (Este-Oeste) al rumbo corriente en la Sierra (NNE - SSD).

Esa disposición se ha observado en el cerro « Lajas » (Achiras) y cerro « Blanco ».

Algunas partes de la región investigada están cubiertas con depósitos de areniscas de edad probablemente pérmica (areniscas de Sampacho).

Durante el terciario y probablemente en dos fases distintas, se fracturó el complejo según dos sistemas de distinta orientación:

1ª Fase: Orientación N.O. - S.E. — N.E. - S.O.

Las líneas de dislocación de este sistema atraviesan las areniscas de Sampacho y son las causas de la sismicidad de esta región.

Se ha comprobado que los rumbos de los cuerpos efusivos basálticos están en relación con ellas.

La orientación de estas dislocaciones corresponde a la del sistema de las Sierras Bonaerenses.

2ª Fase: Orientación N.N.E. - S.S.O.

Es la orientación de las dislocaciones que dividieron longitudinalmente a las Sierras Pampeanas en bloques y que caracterizan su estructura actual.

Simultáneamente con la efusión de basaltos, se sedimentaron algunas areniscas existentes en pequeños depósitos al pié del cerro « La Leoncita » y que subsisten protegidas por las toscas calcáreas que evitaron su desaparición.

Como formación geológica más moderna, figuran los sedimentos pampeanos.

En el cuadro siguiente se resumen los caracteres petrográficos y tectónicos de la región:

Epoca geológica	Sedimentos	Rocas igneas	Tectónica
arcaico y precámbrico.	esquistos cristalinos.		
paleozoico.		granitos.	plegamiento caledoniano intrusión.
pérmico?	areniscas.		
terciario.	arenisca tosca.	basaltos.	2ª fase orogénico líneas NO.-SE.; NE.-SO. 3ª fase orogénico líneas NS.
cuaternario y actual.	loes.		

LOS METODOS DE INVESTIGACION EMPLEADOS

La constitución petrográfica de la región estudiada era conocida a gandres rasgos a través de las comunicaciones de L. Brackebusch, G. Bodenbender y G. Avé Lallemant.

Muy pocos datos, en cambio, teníamos de la tectónica.

La región de las areniscas de Sampacho, muestra una división en varios bloques, separados por líneas de dislocación reconocibles en la superficie del terreno.

Por eso, esta región pudo ser investigada con los métodos corrientes de la geología, valiéndonos de la disposición de los estractos.

Desgraciadamente, muchos lugares que habrían suministrado indicios de importancia para la resolución de nuestros problemas, se encuentran ocultos bajo los sedimentos pampeanos.

En las regiones restantes, constituídas por granito y esquistos cristalinos, no se puede reconocer fácilmente los efectos de las fuer-

zas tectónicas y es necesario recurrir a la interpretación de diversos indicios, tales como las orientaciones de la textura del granito, de las diaclasas, de los filones de pegmatita y cuarzo.

Lo mismo hubo que observar la disposición de las erupciones de las rocas efusivas y la forma de las intrusiones de las rocas plutónicas. A continuación damos una síntesis de las ideas actuales sobre la tectónica del granito.

INVESTIGACION MICROSCOPICA DE LAS ROCAS

En el estudio microscópico de los granitos se ha dedicado preferente atención a la determinación de su *estructura* (en el sentido del desarrollo de los componentes minerales) con respecto a la *textura* (en el sentido de la ordenación en el espacio de dichos componentes).

Existe la tendencia de estimar exageradamente el valor de la textura microscópica de las rocas macizas, que en cambio, es útil conocer en las rocas metamórficas.

Las particularidades texturales de las rocas macizas se reconocen mejor por la brújula y la lupa, que bajo el microscopio.

El análisis estructural es de un valor importante, pues da noticias sobre los estadios de diferenciación y consolidación del magma y permite así fijar concretamente las diversas fases de la formación de los cuerpos graníticos.

La investigación estructural-microscópica ha perdido terreno en los últimos tiempos y solamente se le reconoce un valor marcado, cuando está relacionada con el conocimiento del quimismo de las rocas. Solamente así puede llegarse a la comprensión geológica de los procesos de diferenciación e intrusión magmáticas. En nuestro caso, desgraciadamente, no ha sido posible establecer esas relaciones por falta de análisis químicos de las rocas investigadas microscópicamente.

LA PETROGRAFIA TECTONICA

La petrografía tectónica trata de establecer una congruencia entre los datos petrográficos y geológicos, finalidad que no puede conseguirse únicamente con una simple consideración petrográfica de los cuerpos intrusivos.

El fin propio de la investigación geológica de los cuerpos intrusivos, consiste en el conocimiento de la formación del espacio ocupado por el granito, la forma del cuerpo formado por esta roca vecina. Es decir, se deben establecer: el camino de salida del magma, la cubierta o techo, el fundamento y la forma del cuerpo intrusivo, antes de poderse conocer a ciencia cierta su génisis.

Con la resolución de esos problemas se relaciona posteriormente la investigación de la textura — la estructura interna del cuerpo granítico — que informa acerca del movimiento de que estuvo animada la masa que lo formó.

A este respecto debe recalcarse bien el concepto de « movimiento », pues cuando se ha considerado la tectónica del granito, se ha abusado del concepto de « presión ».

Ello no representa un cargo a las ideas de H. Cloos sobre esta rama de la geología, ya que no altera en nada su esencia, que consiste en el reconocimiento de la anisotropía del granito que se manifiesta en;

la pequeña textura (la posición de los componentes lineales o lamelares)
la posición de las « Schlieren »
la naturaleza de las diaclasas.

La investigación de las diaclasas del granito presupone que deben ser consideradas como « primarias ».

La naturaleza de estas diaclasas (ya hayan sido producidas por el movimiento o por la contracción del magma) no se deduce de su orientación hacia el contacto marginal — como lo sostuvieron algunos autores — sino de sus características específicas, de su rellenamiento y de su continuación eventual a través de la roca vecina.

En la denominación de las diaclasas, reconocidas como « primarias », hemos adoptado la nomenclatura de H. Cloos.

Las diaclasas verticales, que se distinguen por estar acompañadas de un clivaje del granito y una disposición paralela de los componentes, reciben el nombre de « diaclasas S » (Steilklüfte).

Las diaclasas dispuestas normalmente a aquellas y caracterizadas a menudo también por un clivaje de la misma orientación y por una disposición paralela de los componentes, reciben el nombre de « diaclasas L » (Lagerklüfte).

En el interior de los macisos graníticos, suele abundar el sistema S, mientras que en las partes marginales, el sistema L.

Las diaclasas de la tercera dirección, las transversales a S, son denominadas « diaclasas Q » (Querklüfte).

Con ellas suelen relacionarse las rocas filonianas, que representan el último elemento que cae bajo el análisis tectónico.

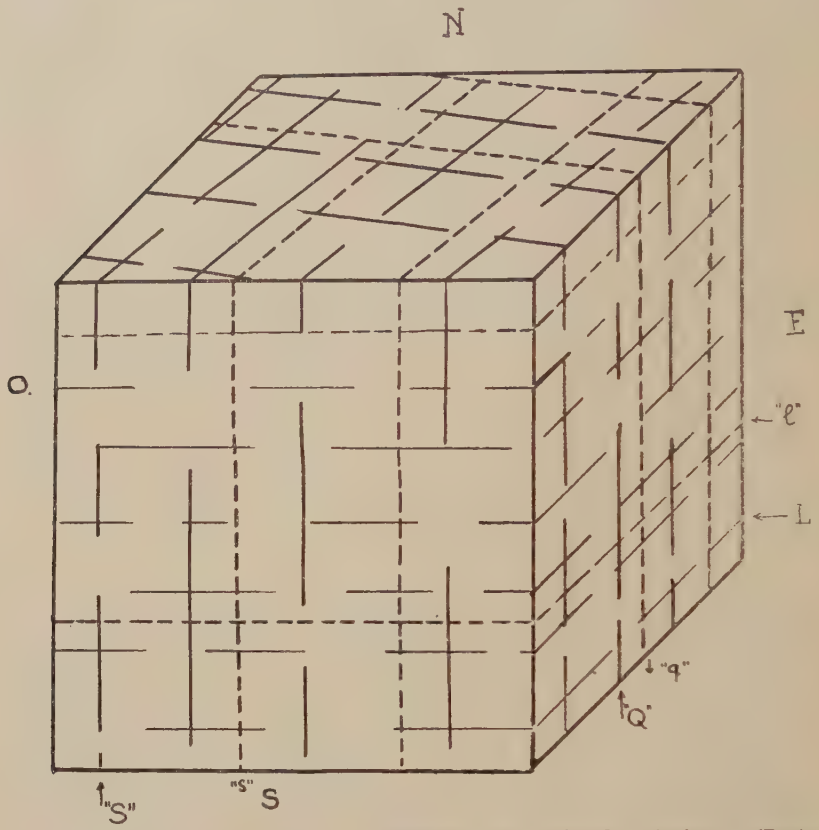


FIG. 3. - Diagrama de los elementos estructurales del granito de « Achiras », (Depto. Río Cuarto), cantera « Los Nogales ». (Elementos primarios).

« S » Diaclasas longitudinales de H. Cloos.
« Q » Diaclasas transversales de H. Cloos.
« s » Textura longitudinal («seda » de los picapedreros).
« L » Diaclasas horizontales de H. Cloos.
« q » Textura transversal (« trincante » id.).
« l » Textura horizontal (« levante » id.).

La disposición relativa de estos elementos en el granito de Achiras, se advierte en los diagramas de las figuras 3 y 3ª.

Los estudios realizados en diversos puntos de la Sierra de Córdoba por J. Olsacher (1), han revelado la existencia de orienta-

(1) J. OLSACHER. « Estudio geológico y petrográfico de los alrededores del dique San Roque ». Revista de la Universidad Nacional de Córdoba. Año XVII. Nos. 3-4. Córdoba, 1930. Separado, págs. 42 y siguientes.

ciones constantes de las diaclasas que atraviesan las rocas y que se dejan agrupar en tres sistemas o pares de acuerdo al esquema de la figura 4.

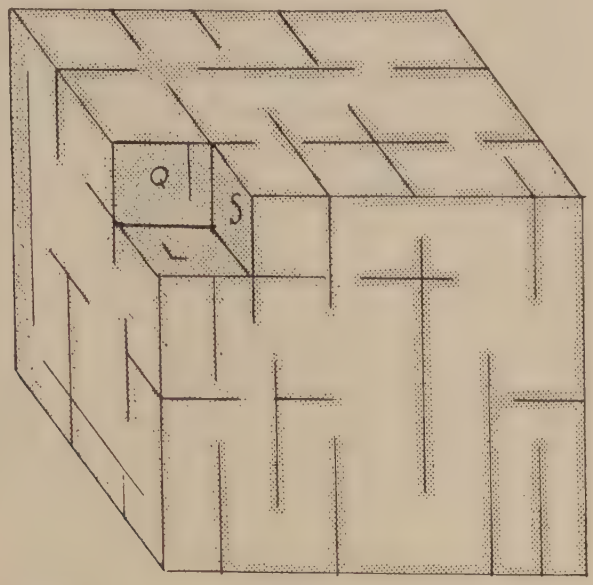


FIG. 3 a. - Esquema de las diaclasas originadas por presiones laterales. La flecha indica el sentido de éstas.

Q Diaclasas tranversales.
S Diaclasas verticales.
L Diaclasas horizontales.

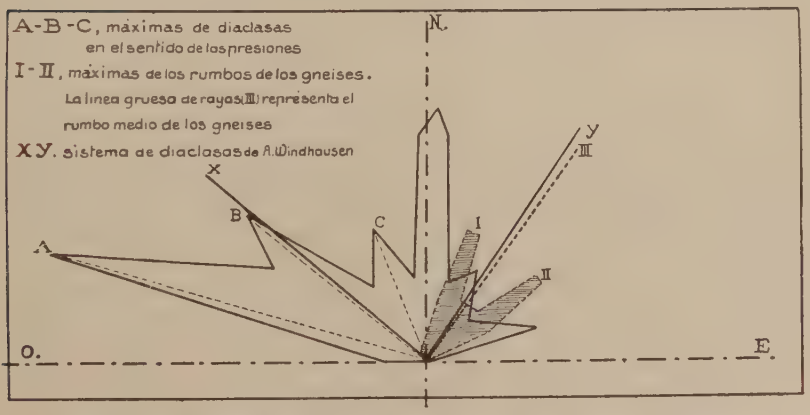


FIG. 4. - Los sistemas de diaclasas en la Sierra Chica, según J. Olsacher

Estos sistemas también aparecen en la zona de nuestra investigación y las observaciones realizadas nos permiten un ensayo de su clasificación cronológica.

Advertimos que nuestros estudios de la tectónica del granito en « La Leoncita », cerros « Blanco » y « Negro » y Achiras, no tratan de resolver el problema del origen de esos cuerpos intrusivos, sino de establecer la naturaleza de sus diaclasas para distinguir las « primarias » de las « secundarias ».

Ese conocimiento era de interés, pues como se verá en su lugar, los rumbos de los cuerpos efusivos de basalto, coinciden con los rumbos de las diaclasas del granito que les sirve de fundamento.

Para la redacción del capítulo que antecede, hemos consultado la siguiente bibliografía:

1. Hans Cloos. Tektonische Behandlung magmatischer Erscheinungen. I. Das Riesengebirge. Berlín, 1925.
2. L. Milch. Der Pluton des Riesengebirges (nach H. Cloos). En Fortschritte der Mineralogie, Kristallographie und Petrographie. Tomo 12, págs. 229 a 252. Berlín, 1927.
3. S. Von Bubnoff. Der Werdegang einer Eruptivmasse. Geologischpetrographische Analyse der Intrusionstektonik im Schwarzwalde. Berlín, 1928.
4. W. Deecke. Die Tektonik des Schwarzwälder Grungebirges. Berlín, 1933.
5. Hans Cloos. Das Batholithenproblem. Berlín, 1923.

EL GRANITO

El granito de esta región puede ser estudiado en la cantera del cerro « La Leoncita » y en los cercanos « Blanco » y « Negro ». Aflora también el cerro « Chañaritos », cerca de Sampacho, el cerro «La Paraguaya » y en los alrededores de la localidad de Achiras.

El granito de « La Leoncita » (Chaján)

Se trata de un granito muscovítico, de grano mediano y es en el que se destacan los cristales de ortoclasa con maclas de Karlsbad. Se advierte una sensible orientación paralela de los componentes.

Bajo el microscopio aparece este granito como una asociación granulosa-hipidiomorfa, normal, de los siguientes componentes esenciales: cuarzo, ortoclasa, microlino, paglioclasa y muscovita.

Como accesorios existen granate y apatita.

El *granate*, en pequeños cristales ligeramente rosados y de contornos redondeados y la *apatita* en pequeñas varillas de contornos perfectos, figuran como las primeras formaciones y existen en cierta proporción.

La mica, en estado fresco, está representada por la *muscovita* primaria, que en las preparaciones es completamente incolora, no mostrando pleocroísmo.

Se advierte asociaciones de varios individuos diversamente orientados.

Accidentalmente se encuentran algunas hojas de *biotita parda.*

La *paglioclasa* aparece en menor cantidad que la ortoclasa, en secciones idiomorfas. Se encuentra en buen estado de conservación. Se determinó el ángulo de extinción sobre M, obteniéndose una valor de + 7°. Se trata pues, de una *oligoclasa.*

La ortoclasa, también en buen estado de conservación, muestra algunas asociaciones pertíticas, lo mismo que en el *microclino,* que aparece con su estructura característica.

El *cuarzo* es el componente más joven. Algunas preparaciones lo muestran con leve extinción ondulosa y algo fracturado.

El orden de segregación de estos componentes viene dado por el siguiente esquema:

1. granate - apatita
2. muscovita (biotita)
3. plagioclasa
4. ortoclasa
5. cuarzo
6. pertita.

El granito de la región de los cerros Blanco y Negro

El granito del cerro Negro muestra la misma composición esencial que el descrito anteriormente.

La *plagioclasa,* la *ortoclasa* y el *microlino,* son los mismos. Las diferencias son las siguientes:

El granito de Cerro Negro, es más rosado que el de La Leoncita; la *apatita,* es más frecuente en el primero que en el segundo; el *cuarzo* del granito de Cerro Negro, está más fracturado y muestra una fuerte extinción ondulosa.

En la estructura del granito de Cerro Negro se notan modificaciones locales que consisten en un desarrollo notable de los cristales de ortoclasa y que comunican a la roca un carácter porfírico. Igualmente en el Cerro Blanco, se nota una facies del granito caracterizada por el desarrollo idiomorfo de los cristales de cuarzo y que se destacan nítidamente dentro de la masa de los res-

tantes componentes, dando a la roca el aspecto de un pórfido cuarcífero.

Fig. 5.

Fig. 6.

Los granitos de Achiras y cerro la Paraguaya, no muestran diferencias sensibles con respecto del de La Leoncita.

La composición petrográfica es la misma.

En el granito de Achiras, son notables los fenómenos de erosión eólica, de los que se adjuntan dos fotografías (figuras 5 y 6).

LA TECTONICA DEL GRANITO

Las observaciones sobre la tectónica del granito expuestas a continuación, han sido recogidas allí donde había canteras que permitían examinar la roca fresca y sus caracteres estructurales.

Dichas canteras se encuentran al pie del cerro La Leoncita, en los cerros Blanco y Negro y en los Nogales, al Oeste de Achiras.

En el afloramiento del granito del cerro La Paraguaya, no existen canteras y las observaciones se redujeron a comprobar el rumbo de las diaclasas superficiales.

CANTERA «LA LEONCITA»

Observando detenidamente el granito de La Leoncita, muestra una textura determinada por una disposición paralela de los minerales componentes (alineación de la mica y del feldespato). Dicha orientación corresponde al rumbo N. 15° E (figura 7).

Esta disposición determina también un clivaje del granito que revela en la facilidad con que se deja partir, en esa dirección y que los picaprederos del lugar denominan «la seda».

Los mismos picaprederos manifestaron conocer otro clivaje del granito y que está dispuesto vertical y transversalmente a aquél, «el trincante» y, además, otro horizontal, «el levante». Estas tres direcciones, normales entre sí, determinan la orientación de la anisotropía del granito del lugar y son los que utilizan los picapedreros para la confección de adoquines.

Relacionados con el clivaje N. 15° E., y el transversal a él «seda y trincante», existen disclasas que son perfectamente lisas y nítidas.

Estas disclasas pues deben ser consideradas como «primarias», porque su génesis corresponde a la época de consolidación del magma.

Las diaclasas restantes, se reparten en los rumbos siguientes:

N. S.
N. 15 E.
N. 50 E.
E. O.
N. 50 O.
N. 75 O.

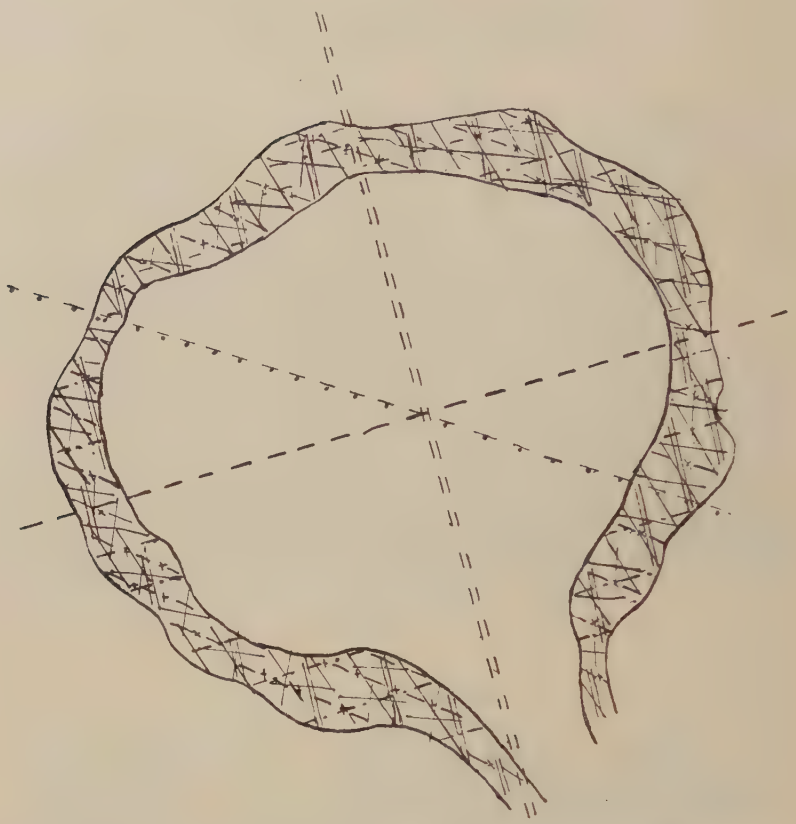


FIG. 7. - Plano tectónico de la cantera de granito «La Leoncita» (Chajan, F.C.B.A.P.).

Texturas del granito

= = = longitudinal « seda »
— —◄— transversal « trincante »
— —·—·— horizontal « levante ».

Diaclasas del granito

═══ diaclasas S
— . — . diaclasas Q
—×—× diaclasas L
primarias
—◄— — diaclasas secundarias.

CANTERAS DE CERRO « NEGRO » Y CERRO « BLANCO »

Los rumbos de la textura y de las diaclasas del granito de « La Leoncita » se reproducen en esta región. (Véase diagrama fig. 8).

Puede observarse que el relieve del terreno está regido por las diaclasas especialmente de rumbo N. 15° E.

En algunas partes el granito se distingue por el gran desarrollo de la ortoclasa, cuyos individuos llegan a tener una longitud de 4 centímetros y que se orientan también de acuerdo a aquel rumbo N. 15° E.

Igual rumbo tienen algunos filones de granito aplítico que llegan a tener un espesor de 10 centímetros.

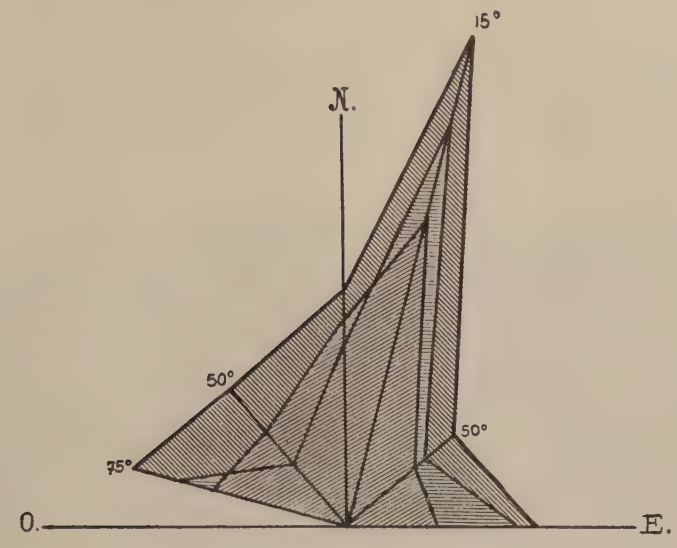


FIG. 8 - Rosas de diaclasas en el granito del extremo austral de la Sierra de Córdoba.

« La Leoncita »

Cerros « Blanco y Negro »

«Archiras ».

CANTERAS DE « LAS ACHIRAS »

Las condiciones tectónicas del granito de esta región, observadas en las canteras de « Los Nogales », situadas a tres kilómetros y medio al oeste de Las Achiras, son las mismas que en las regiones ya consideradas, en lo que se refiere a las orientaciones de la textura, al clivaje y a las disclasas. (Véase diagrama de la figura 8).

LAS ARENISCAS DE SAMPACHO (1)

La región de Sampacho está constituída por una llanura ligeramente ondulada que paulatinamente eleva su altura hacia el Oeste, donde se destacan dos cerros aislados « Suco » y el cerro « Chañaritos » o « Sampacho ».

FIG. 9. - Cantera del Ferrocarril del Pacífico (Sampacho)

Al Sudoeste de la población, al otro lado del pequeño arroyo de Sampacho, existe un afloramiento de areniscas que forman una ondulación suave del terreno.

Existen tres canteras en él: « Lucas González », la « Municipal » y la « Ferrocarril del Pacífico », que permiten estudiarlo. (Véase figuras 9 y 10).

(1) Nos concretamos a dar una síntesis de la geología de Sampacho teniendo en cuenta que ella ya ha sido considerada en los siguientes trabajos:

1) E. KITTL. Contribución a la geología de Sampacho. Revista Minera, Buenos Aires, Año VI. pp. 45-49.

J. OLSACHER. El terremoto de Sampacho. Revista del Museo Provincial de Ciencias Naturales de Córdoba. Año I, N 1. pp. 52-68.

Váase también:

G. BODENBENDER. « La Sierra de Córdoba ». Anales de Min. de Agricultura. Sec. Geol. Mineral. y Min. Buenos Aires. Tomo I. Nº 2. 1905.

Los pisos inferiores están constituídos por una arcosa rojizo-violada, mientras que los superiores son areniscas cuarcíticas de color gris claro.

El cerro Suco que se encuentra a 15 kilómetros al Oeste de Sampacho, muestra una constitución análoga al afloramiento de las canteras de referencia.

FIG. 10. - Sinclinal en las areniscas de Sampacho. Cantera del F. C. P.

Se observa la misma arenisca y la misma arcosa con igual disposición relativa.

LA TECTONICA

Examinando la disposición de los estratos de estas areniscas en los diversos puntos donde es posible hacerlo, se observa que:

En la cantera « Lucías González », las areniscas están orientadas de Este a Oeste, con una inclinación de 8° de S.E. a N.O.

En la cantera « Municipal », reinan las mismas circunstancias.

En la cantera « Ferro Carril del Pacífico », existe una sinclinal suave, cuyo eje corre de N. a S. La inclinación máxima de las alas es de 15° (Véase figura 10).

En el cerro Suco, los estratos están orientados de N. a S. con una inclinación de 10° hacia el O.

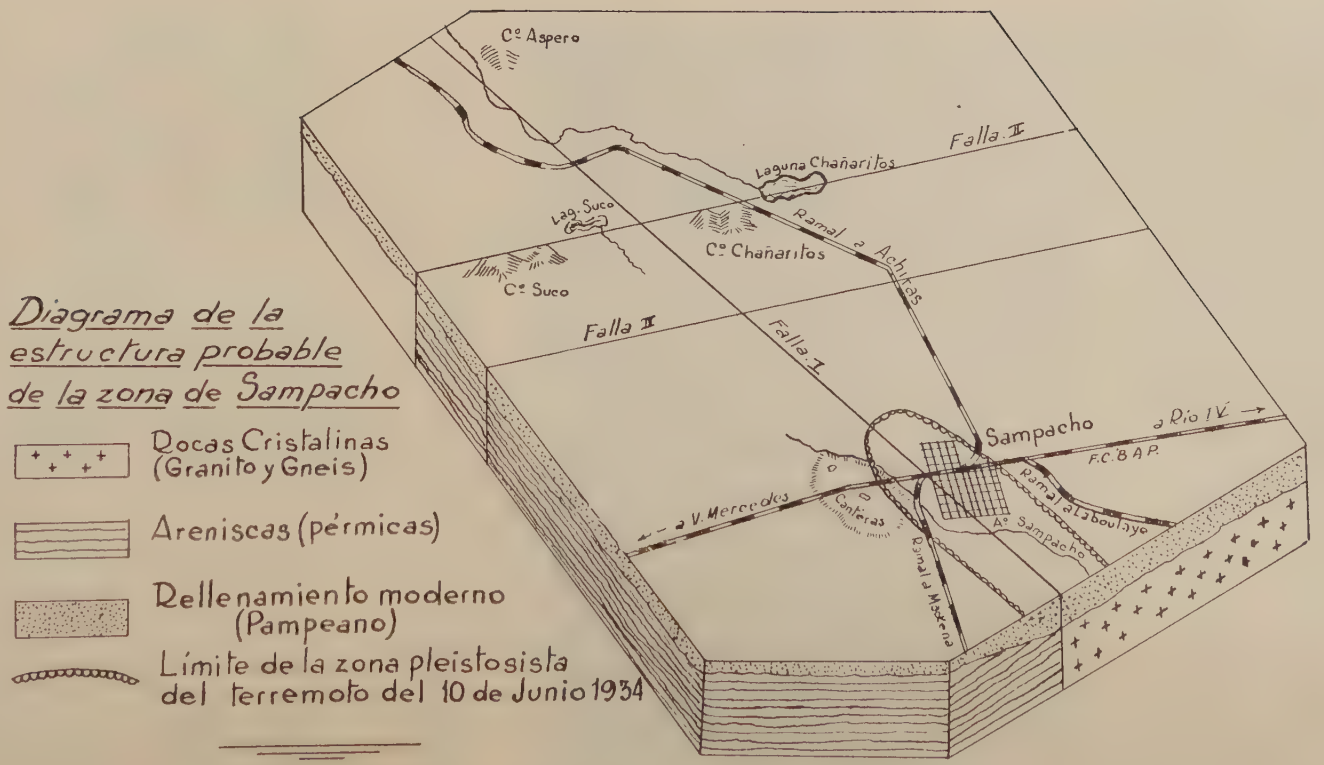


FIG. 10 a - (Del trabajo de J. Olsacher: el terremoto de Sampacho)

Como puede verse en el perfil de la figura 10 bis, existe entre los dos afloramientos de areniscas una falla que tiene el rumbo N.E. - S.O.

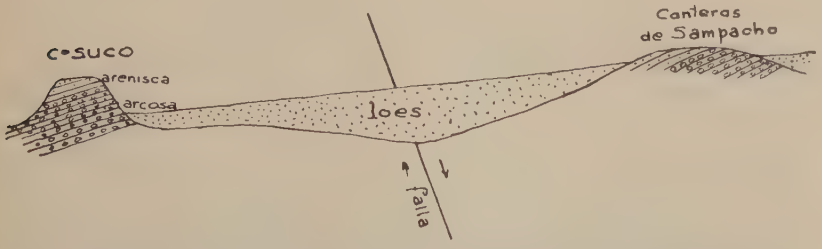


FIG. 10 b - Perfil a través del cerro Suco y las canteras de Sampacho

Al otro lado del cerro Suco, existe una falla paralela a ella.

El cerro Chañaritos o Sampacho, está formado por un gneis biotítico muy esquistoso que ha sido intruido por un granito muscovítico, rosado y de grano mediano. (Véase figuras 11 y 12).

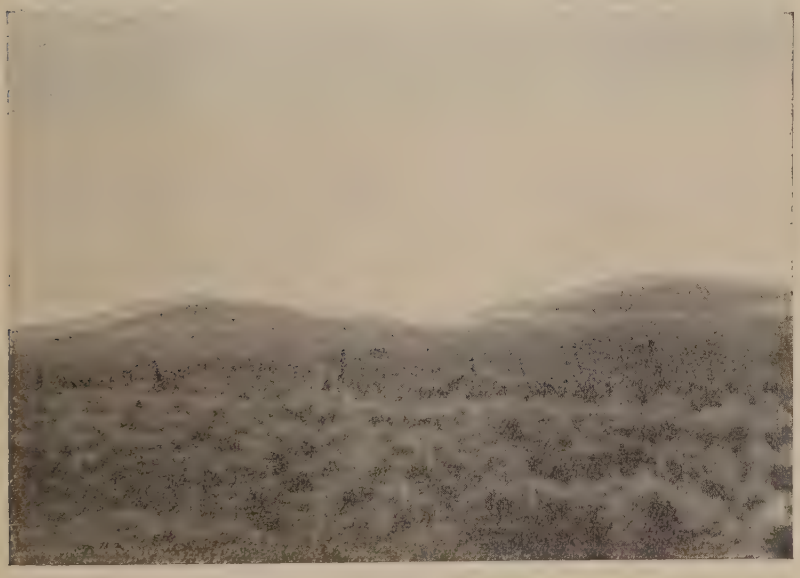


FIG. 11 - Vista del cerro « Chañaritos ». (Granito y gneis)

Ambos cerros, el « Suco » y el « Chañaritos » están separados por una falla del rumbo N.O. - S.E. y que limita por el N.O. las areniscas de las canteras de Sampacho. (Véase el Mapa Tectónico, figura 10 a).

Estas líneas tectónicas son la causa de la sismicidad de Sampacho y que hizo crisis en el violento terremoto del 10 al 11 de Junio de 1934.

Fig. 12. - Vista del cerro « Suco ». (Areniscas)

Después de producido aquel y hasta la actualidad siempre se sienten temblores que carecen de consecuencias.

LA EDAD DE ARENISCAS DE SAMPACHO

Estas areniscas fueron consideradas siempre de edad triásica, sincronizándolas con las que cubren otras regiones de la Sierra de Córdoba: la Sierra Chica y la Sierra de los Cóndores.

En realidad, estas areniscas de Sampacho son muy distintas a aquellas de edad triásica comprobada.

En cambio, son semejantes a las de Cerro Colorado (1) (Depto. Tulumba), Sierra del Retiro (Santiago del Estero), Auti (Sierra de Serrezuela).

(1) Según comunicación verbal del Dr. J. Olsacher, en la región de Cerro Colorado, se encuentran a corta distancia entre sí los dos tipos de areniscas. No hay contacto entre ellas, pero dentro de las areniscas rojas triásicas, en encontró un rodado de arenisca del tipo de las de Cerro Colorado y Sampacho.

El Dr. Franco Pastore (1), compara las areniscas de Sampacho con la de Paso de Velis y otros puntos de la Sierra de San Luis, considerándolas equivalentes.

De acuerdo a ese parecer, al que se adhiere el Dr. G. Bodenbender (2), las areniscas de Sampacho deben ser consideradas como de edad pérmica.

(1) FRANCO PASTORE. Notas sobre Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba. Relaciones morfológico-tectónicas. Rocas volcánicas. Del Dr. Guillermo Bodenbender. « Anales de la Sociedad Científica Argentina ». Tomo CX, páginas 399 y siguientes. Buenos Aires, Diciembre de 1930.

(2) GUILLERMO BODENBENDER. Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba. « Boletín de la Academia Nacional de Ciencias ». Tomo XXXI, pág. 122, año 1929.

(Continuará)

FOSILES PUELCHENSES DEL PARTIDO DE MATANZAS [1]

POR

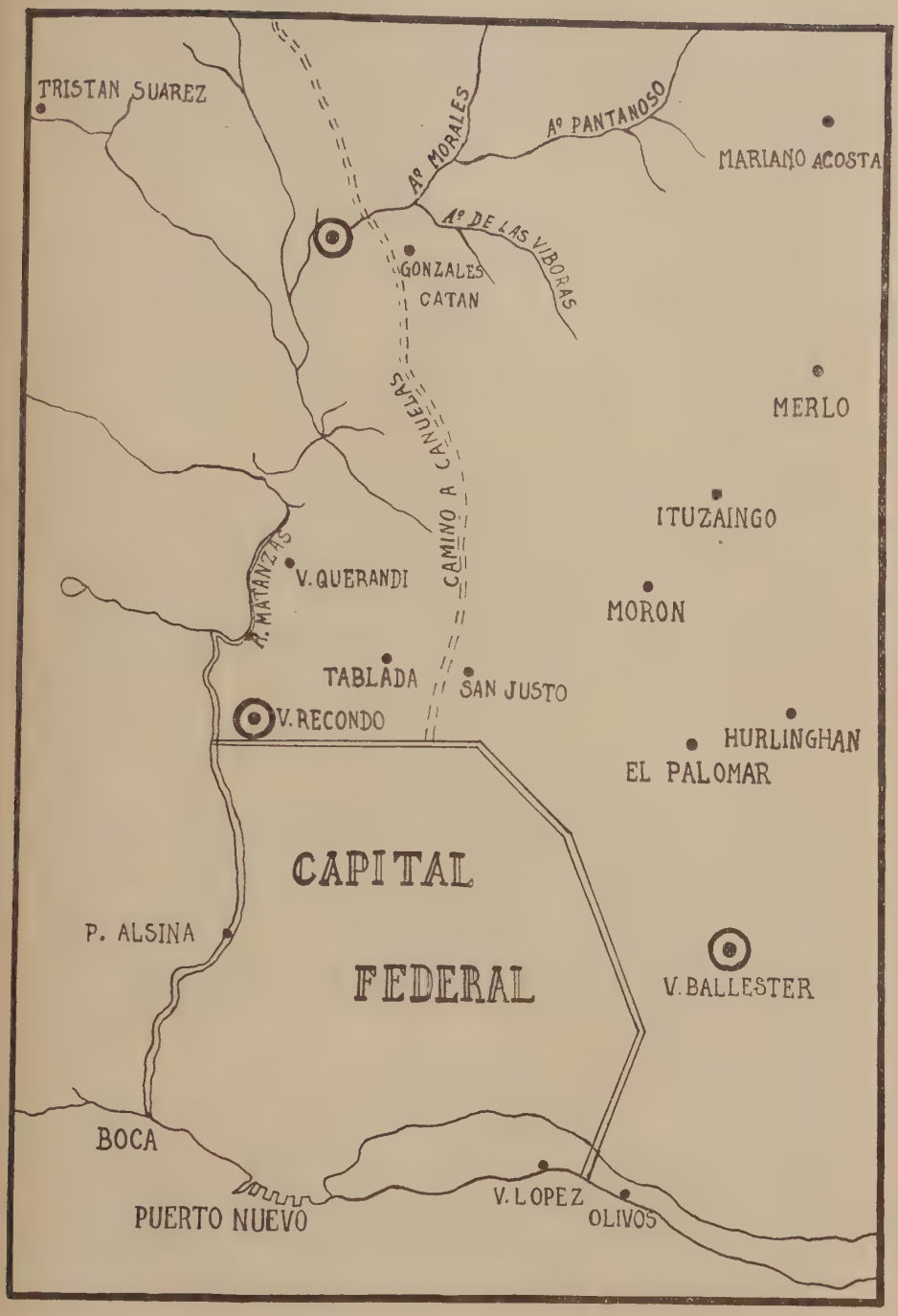
CARLOS RUSCONI

Desde 1933, año en que dí a conocer la primera noticia relacionada con la existencia de una rica fauna fósil en el espesor de las arenas puelchenses, he continuado informando posteriormente a los lectores los detalles más interesantes de estos descubrimientos y el significado que esas arenas tienen para la historia paleontológica de los últimos tiempos del terciario.

Las primeras noticias se referían a una colección de organismos extinguidos hallados en la localidad de Villa Ballester (partido de San Martín) y en donde se han encontrado hasta ahora el stock más grande gracias a los activos trabajos de explotación de las referidas arenas subterráneas, destinadas para fines edilicios diversos. Pocos años después daba la noticia de hallazgos similares en las mismas arenas, en la localidad de Villa Rocondo, situada cerca de la Avenida General Paz y margen izquierda del río Matanzas. Y ahora, con motivo de mi breve estadía en Buenos Aires, tuve oportunidad de examinar el material paleontológico de otra región de la provincia y cuyos especímenes están íntimamente relacionados con los lugares anteriores.

Me refiero a las perforaciones que se están practicando en un lugar del arroyo Morales, próximo al camino a Cañuelas, y que como en los casos anteriores, dichos sondeos han tenido como fin principal, la extracción de las arenas subterráneas. Las referidas perforaciones se encuentran a unos 25 kilómetros de distancia de las de Villa Recondo y más o menos a igual distancia de las primeras que se efectuaron en Villa Ballester véase mapa).

(1) Corresponde a la 13ª noticia sobre los organismos fósiles de este horizonte geológico.


TRISTAN SUAREZ
Aº MORALES
Aº PANTANOSO
MARIANO ACOSTA
Aº DE LAS VIBORAS
GONZALES CATAN
CAMINO A CANUELAS
MERLO
ITUZAINGO
R. MATANZAS
V. QUERANDI
MORON
TABLADA
SAN JUSTO
V. RECONDO
HURLINGHAN
EL PALOMAR
CAPITAL
FEDERAL
P. ALSINA
V. BALLESTER
BOCA
V. LOPEZ
PUERTO NUEVO
OLIVOS

Aquí, en el Arroyo Morales, las arenas puelchenses aparecen a los 40 metros de hondura después de atravesar la sonda diversas capas de terrenos pertenecientes a nuestras formaciones postpampeana y pampeana y cuyo detalle lo daré en otra oportunidad. Mientras tanto adelantaré algunos detalles generales: Así, por ejemplo, la parte superior del puelchense de Villa Ballester aparece a los 30 metros de profundidad y tiene 14 a 18 metros de espesor. En V. Recondo se encuentra a los 26 en la proximidad del río Matanzas y a 45 metros en otro lugar más al norte, y su espesor oscila entre 15 y 20 metros. En el arroyo Morales aparece a los 40 metros con un espesor de 16 metros aproximadamente, lo cual quiere decir que el puelchense se mantiene en todo ese sector de la provincia de Buenos Aires con un espesor superior a 15 mtros.

Las arenas que se extraen de la tercera zona de que me ocupo son muy parecidas a las de las otras regiones ya estudiadas. Casi en la base del gran manto arenoso se advierten camadas de rodados de rocas diversas, calcedonias, jaspes, ágatas, etc., similares a los de las otras zonas. Lo mismo debo decir con respecto a los fósiles los cuales muestran una coloración rojiza y ferruginosa característica y además no pocos tienen sus aristas ya bastante redondeadas revelando que estuvieron expuestos durante algún tiempo bajo la acción de las aguas corrientes del grandioso río que dió lugar a la acumulación de ese enorme espesor de arenas.

Los nuevos descubrimientos del arroyo Morales vienen a confirmar de una manera definitiva una tesis que durante muchas décadas no fué más que una hipótesis sin base seria, cual es por ejemplo, la de su origen fluvial. Hoy por hoy, el origen fluvial de las arenas puelchenses ha quedado confirmado no sólo por el aspecto físico de los fósiles sinó también por la mezcla de animales de distinta naturaleza (terrestres, acuáticos, marinos, plantas, etc.), que se encuentran en ellas.

El caudaloso río de época puelchense, o sea el precursor del Río de la Plata, el Paraná, etc., ha erosionado pisos más antiguos de origen marino, palustres y eólicos y los organismos que en ellos se encontraban fueron arrancados por las corrientes de aquellas aguas y sepultados finalmente a diferentes niveles de su lecho conocido por las arenas puelchenses. Su antigüedad, como lo he expresado en otros artículos, está circunscripta dentro de los límites del plioceno medio a superior. Estratigráficamente, las arenas en

cuestión se encuentran debajo del complejo ensenadense y seguramente arriba de terrenos de la formación arauco-entreriana, tales como el chapadmalense o más antiguos. Quédole muy agradecido al señor J. Tambutto por la gentileza que ha tenido al donarme una parte de esta pequeña colección de fósiles de los cuales doy a conocer los que siguen:

II

FAUNA

RODENTIA

Xenohydrochoerus ? ballesterensis Rusc.

Nº 1258 de la colección paleontológica de Rusconi. Porción de incisivo inferior del lado derecho. Diámetro anteroposterior 5,5 milímetros y 9,1 en sentido transverso. Dicho diente se parece mucho al del ejemplar genotípico pero difiere algo en la lámina de esmalte que muestra una leve depresión central alargada acercándose a este respecto mucho más al incisivo de *Hydrochoeropsis*. Además, por el lado interno del incisivo, la capa de esmalte no es tan elevada como en *ballesterensis*.

Protohydrochoerus sp.

Nº 1259. Porción de incisivo del lado derecho. Diámetro anteroposterior 11 y 17 el transverso. La superficie del esmalte está estriada pero ella es un poco más ancha que la de *P. perturbidus* (Amegh.). Tengo la impresión de que se trata de una forma distinta pero el material es tan exiguo que me impide por el momento distinguirla con otro nombre.

SELACHII

Oxyrhina hastalis Agas.

Nº 1260. Diente de 27 de alto por 18 de ancho. Nº 1261. Diente de 24 por 25. Ambos órganos tienen la misma coloración y características de fosilización de los que se han encontrado hasta ahora en el puelchense de V. Ballester y V. Recondo.

Odontaspis cuspidata Agas.

Nº 1262. Tiene las mismas características que los hallados en las dos regiones arriba citadas.

Raja sp.

Ng 1263. Diente de 40 milímetros. Es muy grande y robusto comparado con otros muchos procedentes de V. Ballester y V. Recondo.

Además, existen en esta colección restos óseos de distintos animales cuyas formas no me han sido posible determinarlas aún pero puedo anticipar que se trata de un exalabriterino, de restos de tortugas acuáticas, pinzas de cangrejos, etc. Y finalmente recordaré que junto con los despojos de animales fueron extraídos también diversos trozos de leños silicificados de características análogas a los ya descriptos en artículos anteriores.

BIBLIOGRAFIA

Ameghino, F. - *Les formations sédimentaires du crétacé supérieur et du tertiaire de Patagonie,* en « Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires », vol. VIII, Buenos Aires, 1906.

Castellanos, A. - *Notas críticas sobre el puelchense de los sedimentos neogenos de la Argentina,* en « Rev. de la Univ. Nacional de Córdoba », vol. XV, pág. 48 y sig. Córdoba, 1928.

Castellanos, A. - *Las arenas del antiguo río Paraná y la perforación de Villa Ballester,* en « ¿Qui novi? », vol. II, p. 1 y sig. Rosario, 1933.

Rusconi, C. - *Apuntes preliminares sobre las arenas puelchenses y su fauna,* en « Anales de la Sociedad Científica Argentina », vol. CXVI, p. 169 y sig. Buenos Aires, 1933.

Rusconi, C. - *Tercera noticia sobre los vertebrados fósiles de las arenas puelchenses de Villa Ballester,* en « Anales de la Soc. Cient. Argentina », vol. CXVII, p. 19 y sig. Buenos Aires, 1934.

Rusconi, C. - *Sexta noticia sobre los vertebrados fósiles del puelchense de Villa Ballester,* en « Anal. Soc. Cient. Argentina », vol. CXVII, p. 177 y sig. Buenos Aires, 1934.

Rusconi, C. - *Cuarta noticia sobre las plantas fósiles del puelchense de Villa Ballester,* en « Revista Chilena de Historia Natural », vol. XXXVIII, p. 69 y sig. Santiago de Chile, 1934.

Rusconi, C. - Quinta noticia sobre los vertebrados fósiles del puelchense de *Villa Recondo,* en « La Ingeniería », vol. XXXVIII, p. 511 y sig. Buenos Aires, 1934.

Rusconi, C. - *Restos de vegetales (lignitíferos) en Villa Ballester,* en « Boletín Paleontológico de Buenos Aires », Nº 2, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Tres nuevas especies de mamíferos del puelchense de Villa Ballester*, en « Boletín Paleontológico », Nº 5, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Fauna y flora de las arenas puelchenses de Buenos Aires, en* III Congreso Internacional de Historia de las Ciencias », p. 1-8 del separado, Lisboa 1935.

RUSCONI, C. - *Nuevo género de roedores del puelchense de Villa Ballester*, en « Boletín Paleontológico », Nº 7, p. 1-4, Buenos Aires, 1936.

RUSCONI, C. - *Lista de los organismos fósiles del puelchense de Buenos Aires*, en « Anales de la Soc. Argentina de Estudios Geográficos », vol. V, p. 79 y sig. Buenos Aires, 1937.

NOTA SOBRE EL ROCÍO

POR EL

Dr. WALTER KNOCHE

Existe la posibilidad de medir el rocío en una forma parecida y comparable a la medición de la lluvia o de cualquier otra precipitación.

Ya es conocido el significado que este fenómeno meteorológico tiene para la vida de muchas plantas, incluso plantas de cultivos, ante todo en las regiones áridas o semiáridas. Ahora bien, se sabe que el valor obtenido según medición solamente, presenta un valor muy pequeño, y pequeño también en relación a cantidades de lluvias aún de regiones de escasa precipitación.

A pesar de este hecho existe una diferencia fundamental en el sentido bioclimatológico, entre una condensación sobre una superficie como el rocío y una condensación precipitante como la lluvia. En esta última el objeto no juega ningún rol decisivo, mientras que para el rocío el objeto es de suma importancia. La cantidad de rocío es tanto mayor, cuanto mayor es la superficie del objeto, (árbol, arbusto, pasto). Además la condensación depende en sumo grado de la estructura de la planta, de la existencia o carencia de espinas, de pelos sobre las hojas y de otras protuberancias de la planta, del color más o menos profundo, etc.

La superficie, como superficie irradiante, y el color en el mismo sentido, tienen una influencia decisiva sobre la cantidad de rocío, fenómeno ante todo dependiente fuera de la humedad del aire, de la claridad del cielo, con su posibilidad de irradiación. Sobre el significado de las espinas para la formación del rocío el autor ha hecho observaciones en la costa del Perú (1), observaciones que han sido confirmadas en Abisinia por Carl Troll.

No es del todo imposible que la vegetación xerofítica sea ante todo una adaptación a los fenómenos de condensación sobre superficies (y en algunos casos a condensaciones en suspensión como nieblas o garúas finísimas en suspensión de las costas desérticas).

Las mediciones del rocío en relación a las de verdaderas precipitaciones no tienen en sí un valor efectivo sino un valor comparativo no menos importante. Pero según lo dicho anteriormente no debe olvidarse que un rocío mensual de p. e. 10 mm. en relación a una llovizna de 10 mm. de hecho siempre tiene un valor biológico efectivo mucho mayor para la vida de la planta. Para cada planta la suma del rocío recogido instrumentalmente debe multiplicarse según familia y especie, (Agaves, Cactáceas, Euforbiáceas, Prosopis, etc.) y según individuo con un factor determinado. Muchas veces un rocío de 10 mm. equivaldrá fácilmente aún tomando en cuenta su rápido desaparecer bajo los primeros rayos del sol, a una lluvia correspondiente a 100 mm.

Es un deber, ante todo para los países con regiones escasas en precipitaciones, de determinar las cantidades de rocío y al mismo tiempo de buscar plantas de cultivo que pueden aprovechar la humedad de este elemento climático para su vida, elemento mucho más regular que las lluvias irregulares de zonas semiáridas. Tal vez exista la posibilidad de adaptar por selección ciertas plantas de cultivo al aprovechamiento del rocío.

UN MÉTODO CLÍNICO PARA LA DETERMINACIÓN DE COLESTEROLEMIA

POR

JORGE GASCÓN Y EDUARDO R. SCHEGGIA

La importancia clínica atribuída en nuestros días a las determinaciones de Colesterolemia (¿o de Colestenolemia?) (1), ha inducido a diversos autores a abocarse al estudio comparativo de los distintos sistemas de valoración propuestos, llegando a la conclusión de que debido a la variedad de técnicas, solventes y reacciones utilizadas, los datos no concuerdan entre sí, obteniéndose valores tan discordes como los acusados por los métodos de: Stepp (1,30 - 1,70); Autenrieth-Funck (1,40 - 1,60); Grigaut (1,60 - 1,80); Myers (1,40 - 1,90), y Bloor (1,90 - 3,10 g. por litro de suero) (I).

Estos distintos métodos han sido estudiados detallada y comparativamente (II), (III), (IV), (V).

Varios de estos investigadores han llegado a la conclusión de que un método aconsejable por lo económico y clínicamente exacto, es el de Myers y Wardell, o las modificaciones a éste que posteriormente se han hecho (I), (IV), (V), (VI); causa por la que lo utilizamos como tipo en el presente trabajo.

En el año 1928, el Profesor Neuschlosz, de la Universidad del Litoral, propone un método para la determinación de Colesterole-

(1) Es en general aceptada la nomenclatura transcripta por Stewart y Graham (XI) en la que se propone la desinencia « esterol » para los compuestos naturales y « estanol » y « estenol » para los derivados alcohólicos del colestano según sean saturados o contengan una doble ligadura respectivamente.

Pero habiendo Rosenheim y King propuesto la modificación del nombre de coprosterol, por el de coprostanol para estar de acuerdo con la constitución funcional de esta sustancia, creemos que por la misma causa, corresponde substituir el nombre de colesterol por el de colestenol, aunque al ser más general, tengan que consignarse las posiciones de los grupos funcionales que intervienen en la molécula (XII).

mia (VI), cuidadosamente controlado y de una sencillez extraordinario, cuyos datos, según el autor, son comparables a los obtenidos por el de Myers modificado por Ling (VII).

En su técnica el autor elimina el empleo de microextractores con lo que lo hace mucho más accesible a las determinaciones en serie que muchas veces la clínica exige. Hemos tenido oportunidad de ensayarlo tal cual ha sido propuesto, obteniendo resultados concordantes con los del Myers.

A pesar de su sencillez y exactitud, ha sido hasta ahora poco utilizado, y creemos hacer justicia al llamar la atención sobre este método que tantas ventajas tiene comparado con los de uso corriente.

En las experiencias realizadas lo hemos modificado ligeramente para trabajar con el testigo propuesto por Myers (VIII) (solución de colesterol al 0,008 por 100 ml.).

Un inconveniente anotado por Neuschlosz es la disminución del poder extractivo del alcohol etílico utilizado en su método, cuando se disminuye su graduación por agregado de agua, fenómeno que acontece al mezclar el suero sanguíneo con el alcohol, lo que lo indujo a efectuar un minucioso estudio de la solubilidad del colesterol en las condiciones citadas, llegando a la conclusión de que no era conveniente efectuar una extracción con mayor cantidad que 0,5 ml. de suero para 9,5 ml. de alcohol de 95°.

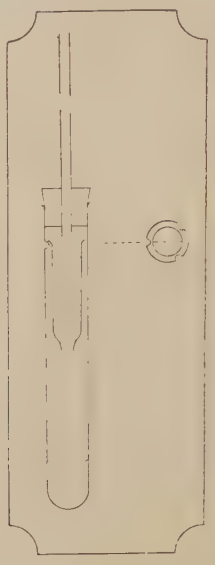
Por otra parte, para establecer la técnica de determinación de colesterol en helados de vainilla, que propusimos al 3er. Congreso Sudamericano de Química reunido últimamente en Río de Janeiro (IX), al pretender utilizar el método de Neuschlosz, nos vimos obligados, después de múltiples ensayos, a substituir el alcohol etílico por el isopropílico, con los resultados que se pueden encontrar en el trabajo citado.

Las ventajas que presenta el alcohol isopropílico respecto al etílico para la extracción del colesterol nos indujo a ensayarlo en las determinaciones de colesterolemia, para lo cual efectuamos una serie de determinaciones comparativas con el método de Myers, llegando a establecer que se puede utilizar mayor concentración de suero sanguíneo, sin invalidar los resultados. Estas experiencias nos permiten afirmar que es posible trabajar con 1 ml. de suero sanguíneo y 9 ml. de alcohol isopropílico, y que los tonos de las coloraciones obtenidas, son muy parecidas a las del testigo, lo que no acontece siempre con otros métodos.

Las técnicas utilizadas son las siguientes:

Método de Myers

Tal cual se describe en Hawk y Bergeim en su obra « Practical Physiological Chemistry » (X).



Para hacer las extracciones necesarias, utilizamos como micro-extractor uno construído por nosotros con dos tubos de ensayo, según puede verse en el dibujo que se adjunta.

Método propuesto

Reactivos:

1) Solución de colesterol.

a) Solución madre:

Colesterol			0,16 g.
Cloroformo	c. s. p. .	100	ml.

b) Solución tipo:

Solución madre		5	ml.
Cloroformo	c. s. p. .	100	»

Estas soluciones conviene envasarlas en ampollas cerradas a la lámpara conteniendo cada una aproximadamente 6 ml. de solución.

2) Alcohol propílico secundario (isopropílico).

3) Cloroformo.

4) Anhídrido acético.

5) Acido sulfúrico de densidad 1,84.

Técnica:

Colocar en un tubo de ensayo 1 ml. de suero sanguíneo, añadir 9 ml. de alcohol isopropílico, tapar con tapón de goma y agitar fuertemente; dejar en contacto 15 minutos; filtrar por filtro seco y cubrir el embudo con un vidrio de reloj para evitar evaporaciones. Transferir 2 ml. exactamente medidos del filtrado a una cápsula de porcelana y llevarla a bañomaría hasta sequedad. Colocar la cápsula en estufa a 100° C. durante 10 minutos, y dejarla enfriar en desecador sulfúrico. Disolver el residuo con pequeñas porciones de cloroformo y recoger éstas en un tubo de ensayo graduado hasta completar 5 ml.

Colocar en un tubo de ensayo igual al anterior, 5 ml. de solución tipo (*b*) y efectuar en ambas la reacción de Liebermann-Burchard, para lo cual añadir a cada uno 2 ml. de anhídrido acético y 0,1 ml. de ácido sulfúrico. Tapar ambos tubos con tapón de goma, agitar y llevarlos a un baño de agua de 37° C. de temperatura, dejándolos en estas condiciones 15 minutos

Efectuar la comparación colorimétrica.

Aconsejamos:

1) Trabajar con material perfectamente seco.

2) Medir exactamente la cantidad de ácido sulfúrico.

3) Mantener los tubos en la obscuridad durante el desarrollo de la coloración.

4) Efectuar la comparación colorimétrica con luz artificial, por la gran influencia que sobre la coloración tiene la luz natural.

5) Trabajar con alturas aproximadas de 20 mm. para que las lecturas puedan ser efectuadas con facilidad.

Cálculo:

$$\frac{\text{Altura del testigo}}{\text{Altura del desconocido}} \times 2 = \text{gramos de colesterol por litro de suero.}$$

Control del método

Exp. N°.	Altura del testigo: 20 mm.			
	Método de Myers		Método propuesto	
	Alt. desc.	g. ‰	Alt. desc.	g. ‰
I	22,2 21,0 20,8 21,9	1,863	20,8 21,0 22,0 20,8	1,891
II	24,8 25,0 25,4 25,0	1,596	23,7 24,0 23,5 24,3	1,675
III	25,2 24,8 25,0	1,60	24,7 24,6 24,7	1,62
IV	23,0 23,8 23,4	1,708	21,3 22,0 21,0	1,866
V	23,7 24,2 24,0	1,66	23.0 23,4 23,7	1,71
VI	21,2 21,0 21,5 20,9	1,89	22,0 22,4 21,8 22,2	1,81
VII	36,5 39,3 36,6 36,0	1,10	36,7 36,4 36,1 36,2	1,10

Conclusiones

1° El método de Neuschlosz para la determinación de colesterolemia es de una exactitud clínica comparable al de Myers.

2° La sencillez de la técnica del método de Neuschlosz permite efectuar esta determinación en un tiempo menor que por la técnica de Myers, y al eliminar el empleo de aparatos relativamente delicados como son los microextractores, facilita las determinaciones en serie.

3° La modificación que proponemos de substituir el alcohol etílico por el isopropílico, permite trabajar con mayor cantidad de suero sanguíneo, con lo que se evitan los errores debidos a la dilución.

BIBLIOGRAFIA

FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS

Por C. C. D.

Nos 598 y 599. — Huber (Michel), *Cours de Démographie et de Statistique Sanitaire.* Dos folletos; 1938.

El primero, de 68 páginas, con algunas figuras, cuesta 15 francos, y trata la Introducción al estudio de las estadísticas demográficas y sanitarias; el otro, de 112 páginas, cuesta 20 francos y trata los métodos de elaboración de las estadísticas demográficas (censos, estado civil y migraciones).

El autor, Miguel Huber, es director de estudios y profesor en el Instituto de estadística; director honorario de la estadística general de Francia.

El curso en cuestión es el dictado por el autor en el Instituto de Estadística de la Universidad de París desde 1923 hasta 1933, y tiene por principal objeto la iniciación a los métodos fundamentales de la estadística aplicada al estudio de las colectividades humanas. En una Introducción se hace una disertación sobre la demografía y su historia; viene, luego, lo relativo a la elaboración y utilización de las estadísticas; un apéndice al primer folleto trata las máquinas utilizadas para las estadísticas.

El segundo folleto se refiere a los censos, tanto en Francia como en otros países; lo mismo para los movimientos de la población como para las migraciones y registros de población.

N° 601 a 605. — Conferencias del « Collège de France », publicadas con los auspicios y fondos de la Fundación Singer-Polignac. Coloquio internacional tenido en dicho « Collège de France » del 10 al 19 de junio 1937, con la presidencia de Pol Bonin. Cinco folletos. 1938. Precios y números de páginas variables. Estos folletos tratan el tema *Les Hormones Sexuelles.* Relator y encargado de la publicación, L. Brouha.

El primer folleto trata las *Propiedades de las Hormonas Sexuales*; está redactado por E. C. Dodds, Ruth Deanesley, R. Courrier, F. Caridroit, A. S. Parkes. 90 páginas; 25 francos; tiene 6 láminas fuera de texto; está escrito en idiomas francés e inglés, y trae resúmenes de las discusiones.

El segundo folleto (n° 602) trata del tema: *Ovulation, Menstruation, Gestation*, y trae comunicaciones de los señores Egdar Allen, G. Hartman, S. Zuckerman, L. Hisaw y Marc Klein; 82 páginas y 3 láminas; escrito en las mismas condiciones que el anterior; 25 francos.

El folleto n° 603 trae comunicaciones de Aura E. Severinghaus; P. Aucel; Philip E. Smith; S. Asccheim; F. G. Young, sobre *La Hipófisis*; 78 páginas, varias figuras y dos láminas fuera de texto; dos comunicaciones en inglés y tres en francés; 20 francos.

Nos. 606-607. — Cavailles (Jean), *Remarques sur la formation de la Théorie abstraite des ensembles*. N° 606. *Préhistoire. La Création de Cantor*. 108 páginas; 25 francos. N° 607. *Dedekind. Les axiomatisations*. 40 páginas; 12 francos; 1938.

Son los facículos VII y VIII de la serie « Le Progrès de l'Esprit », dirigida por L. Brunschvicg. El autor es ex alumno de la Escuela Normal Superior; agregado de filosofía y doctor en letras.

Después de una Introducción donde se hace una historia de las vicisitudes por las que pasado la teoría de los conjuntos, entra en materia con los números irracionales, serie trigonométrica y teoría del crecimiento, para continuar con la creación cantoriana. El primer fascículo termina con una muy buena bibliografía y un índice de los términos especiales usados en esas teorías. Lo mismo ocurre con el otro fascículo, que se ocupa de Dedekind, la cadena y la axiomática.

La conclusión final es que si las axiomáticas parecen disociar dos teorías: equivalencia, números ordinales (y quizá una tercera donde se estudiaría el problema del continuo), cuya seguridad viene decreciendo, las consideraciones pragmáticas del matemático militante tienen la palabra final. Es en el análisis entero donde se plantea el problema de una existencia y de una aseguración para las cuales una definición del trabajo matemático en su generalidad, es necesaria.

Nos. 608 a 610. — Cavaillés (Jean), *Méthode Axiomatique et formalisme*. Tres folletos que constituyen los fascículos IX, X y XI de la serie « Le Progrès de l'Esprit », recién mencionado.

El n° 608 tiene 84 páginas, y se ocupa del Problema del fundamento de las matemáticas. La Introducción diserta sobre el problema planteado por la crisis de la teoría de las axiomatizaciones y formalizaciones en el siglo XIX desde Gauss y Bolzano hasta Russel e Hilbert. Precio 20 francos; 1938.

El n° 609 continúa tratando el método axiomático y la definición del sistema formal en general: el formalismo Hilberciano y el análisis. Tiene 66 páginas; vale 18 francos.

El n° 610, titulado, « La no contradicción de la aritmética », tiene 76 páginas, vale 18 francos y se ocupa especialmente de la demostración de no contradicción; trae las conclusiones generales. Cada folleto está acompañado con una bibliografía y con un índice de nombres y de los vocablos usados.

N° 613. — Rytov (S.), *Difraction de la Lumière par les Ultra-Sons*; 50 páginas con algunos gráficos; 15 francos; 1938.

Fascículo I de la serie « Acoustique théorique et pratique », dirigida por León Brilloim, profesor en el « Collège de France ». Este último. en un Prefacio, expone los antecedentes del tema tratado. El trabajo de S. M. Rytow, dice, constituye una hermosa contribución al estudio del mismo. Los profesores rusos han contribuído bastante a ese respecto.

He aquí un detalle de los puntos tratados: Espectros de orden ± 1; efectos de volumen en esos espectros; espectros de órdenes superiores (posición del problema y solución rigurosa); solución aproximada para las ondas ultrasonoras débiles (incidencia oblicua); teoría simplificada de Raman y Negendra-Wath; visibilidad de las ondas ultrasonoras; solución aproximada para las ondas ultrasonoras largas; límites de validez de las soluciones aproximadas; otros estudios teóricos. Al final unas referencias.

N° 614. — Dienes (Paul), *Logic of Algebra*. 78 páginas; 18 francos; 1938.

Fascículo III de la serie « Logique et Méthodologie », dirigida por Thomas Greenwood, maestro de conferencias en la Universidad de Londres; el autor es « Reader in Mathematics » en la misma Universidad.

Después de un prefacio donde habla el autor de la crisis de las Matemáticas a raíz de los trabajos de Browner, y después de anunciar que opta por la teoría realista de este autor, que es la de Borel, desarrolla el tema en cuatro capítulos, en los que se ocupa respectivamente de la noción de número entero, desigualdades entre enteros y su consistencia; aritmética; relaciones entre colecciones; inferencia; números reales.

Al final una bibliografía.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Malloi, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Oliveri, Alfredo B.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Recce, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo

Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanrotcán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalía, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo J. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo P.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin

Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.

Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio

Vercelli, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Cerzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo

Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio

Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José

Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.

Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guevara, José R.
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo

Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.

Rosenthal, Alfredo
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.
Villanueva, Miguel Angel

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretario, Ing. Adolfo P. Grissi; Tesorero, Dr. Carlos Teobaldo; Vocales: Dr. Hilario Magliano, Dra. Juana Cortelezzi; Ing. Juan Sabato; Dr. Federico E. Christmann.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo ..	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe ..	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma